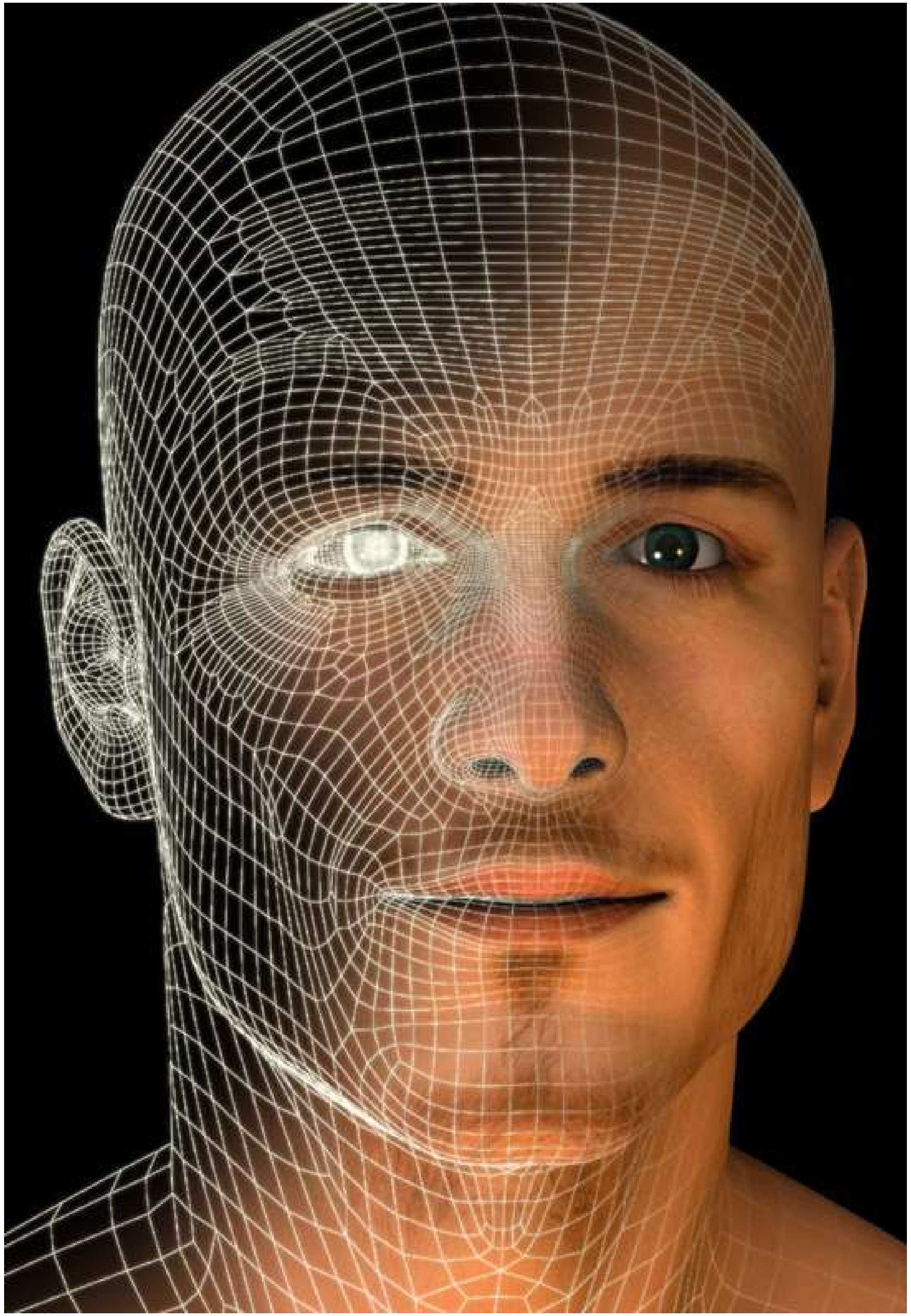


Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής

ΤΕΙ Ανατολικής Μακεδονίας και Θράκης

Γραφικά Υπολογιστών
ΣΤ’ Εξάμηνο

Δρ Κωνσταντίνος Δεμερτζής

Γραφικά Υπολογιστών

7η Ενότητα

Αποκοπή

Αποκοπή

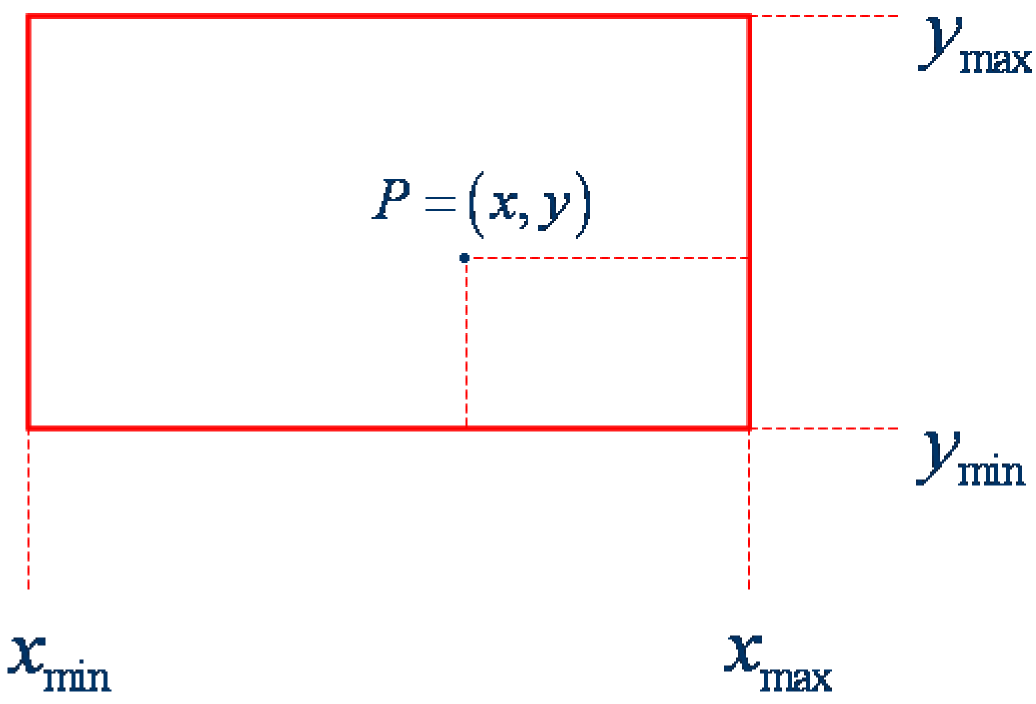
Οι αλγόριθμοι αποκοπής έχουν σχεδιαστεί έτσι ώστε να είναι αποτελεσματικοί στο να εντοπίζουν τα τμήματα μίας σκηνής ή ενός αντικειμένου σε συντεταγμένες προβολής που βρίσκονται εκτός του οπτικού πεδίου. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμοι καθώς

- αποκόπτουν άχρηστα αντικείμενα (*σημεία, ευθείες, πολύγωνα, κ.λ.π*) από την οθόνη &
- αυξάνουν την αποτελεσματικότητα της διαδικασίας αναπαράστασης γραφικών, μειώνοντας το υπολογιστικό κόστος των αντικειμένων που τελικά θα βρεθούν εκτός της οθόνης

Αποκοπή σημείου ως προς παράθυρο

Ένα σημείο είναι εντός παραθύρου προβολής εάν:

$$x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \quad \& \quad y_{\min} \leq y \leq y_{\max}$$



Αποκοπή ευθυγράμμων τμημάτων

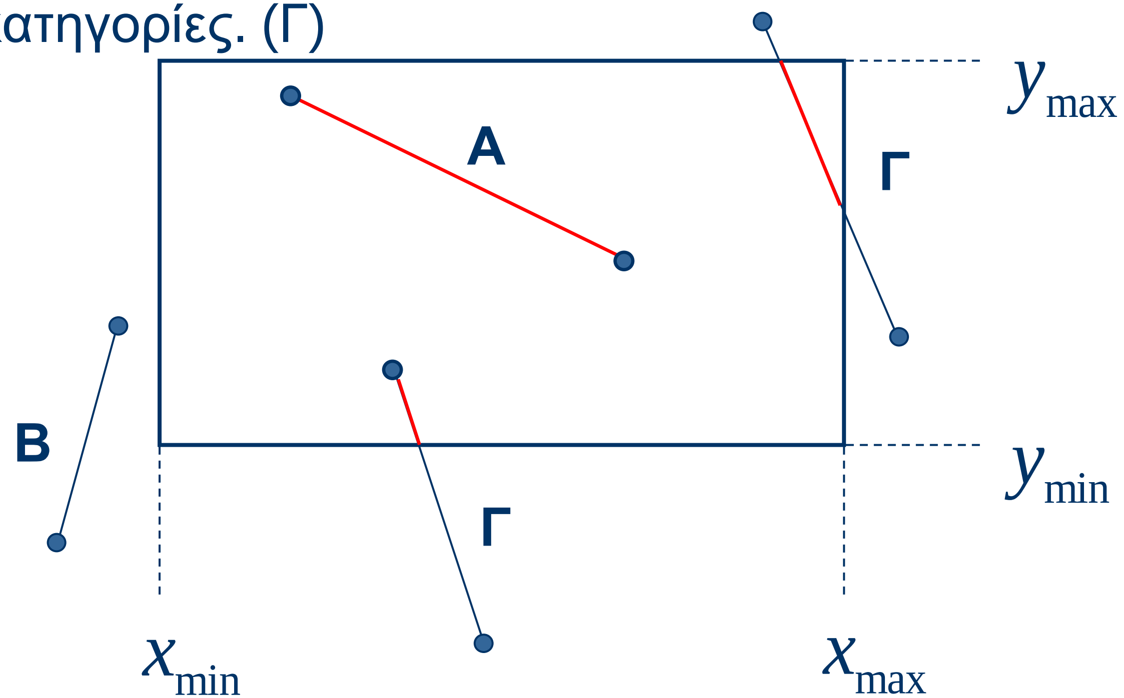
- **έλεγχος ορατότητας**: των ευθυγράμμων τμημάτων, για να ελέγξουμε ποια από αυτά ανήκουν εξ ολοκλήρου εντός, ποια εκτός και ποια τέμνουν τα όρια του παράθυρου αποκοπής

- **υπολογισμός των σημείων τομής**: των ευθυγράμμων τμημάτων που τέμνουν μία ή περισσότερες από τις 4 διαχωριστικές ημιευθείες, ($x=x_{min}$, $x=x_{max}$, $y=y_{min}$ & $y=y_{max}$), που ορίζουν τα όρια του παραθύρου αποκοπής και

- **Απόρριψη**: των τμημάτων, των ευθειών, που τέμνουν τα όρια του παραθύρου αποκοπής και βρίσκονται εκτός αυτών των ορίων

Έλεγχος ορατότητας

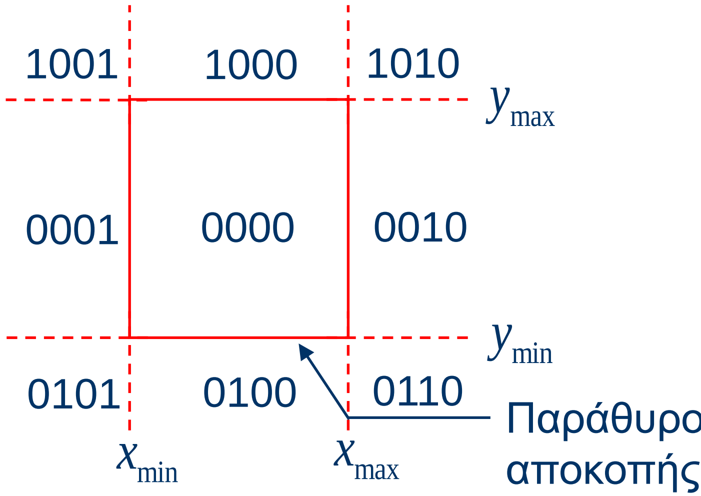
- **Ορατό**: Ολόκληρο το ευθύγραμμο τμήμα, και φυσικά τα άκρα του, είναι **εντός των ορίων** του παραθύρου αποκοπής (Α)
- **Μη ορατό**: Ολόκληρο το ευθύγραμμο τμήμα, και φυσικά τα άκρα του, είναι **εκτός των ορίων** του παραθύρου αποκοπής (Β)
- **Ακαθόριστο**: Τα ευθύγραμμα τμήματα που δεν ανήκουν σε καμία από τις προηγούμενες κατηγορίες. (Γ)



Αλγόριθμος Gohen-Sutherland (έλεγχος ορατότητας)

1. **Εκχωρείται** ένας κωδικός, των 4-bits, σε κάθε μια από τις εννέα περιοχές του παράθυρου αποκοπής, όπως αυτές ορίζονται από τις διαχωριστικές ημιευθείες $x=x_{min}$, $x=x_{max}$, $y=y_{min}$ & $y=y_{max}$, όπου οι περιοχές βρίσκονται:

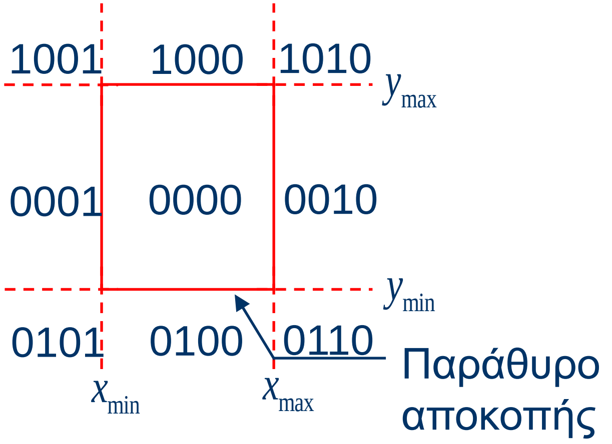
   - αν bit1 = 1 πάνω από την ευθεία $Y = Y_{max}$
   - αν bit2 = 1 κάτω από την ευθεία $Y = Y_{min}$
   - αν bit3 = 1 δεξιά από την ευθεία $X = X_{max}$
   - αν bit4 = 1 αριστερά από την ευθεία $X=X_{min}$



Αλγόριθμος Gohen-Sutherland (έλεγχος ορατότητας)

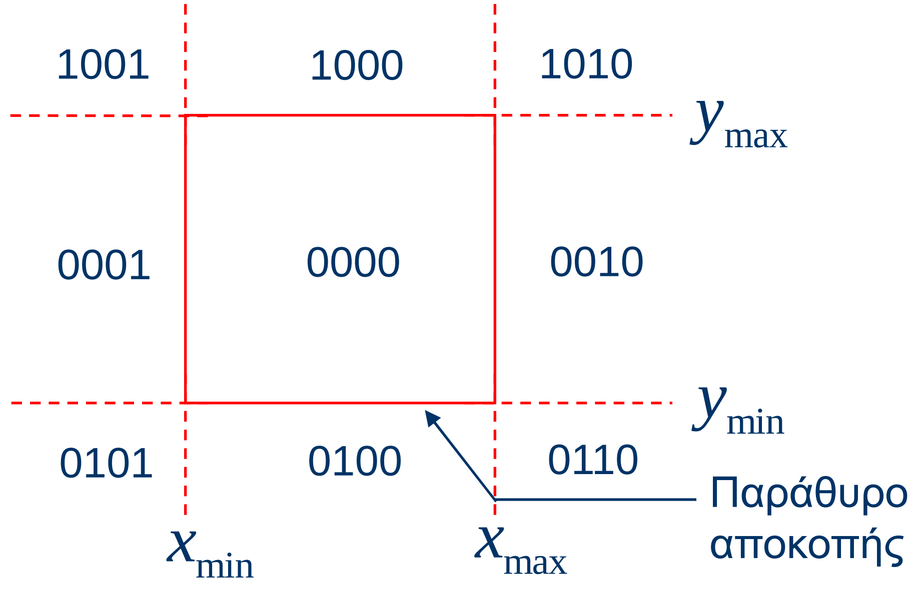
2. **Εξετάζονται** οι κωδικοί των περιοχών όπου βρίσκονται τα άκρα των ευθυγράμμων τμημάτων:
   - **Ορατό**:
     - αν και οι δύο κωδικοί, των άκρων, είναι στην περιοχή (0000)
   - **Μη ορατό**:
     - αν το λογικό AND των δύο κωδικών δεν δίνει (0000)
   - **Ακαθόριστο**:
     - αν το λογικό AND δίνει (0000), αλλά κανένας κωδικός άκρου δεν είναι στην περιοχή (0000)

Λογικό AND				
0	AND	0	False	0
0	AND	1	False	0
1	AND	0	False	0
1	AND	1	False	1



Παράδειγμα Ι

Γραμμή	Κωδικοί άκρων		Λογικό AND	Εμφάνιση
1	1000	1001	1000	Μη ορατό
2	0101	0100	0100	Μη ορατό
3	0000	0000	0000	Ορατό
4	1001	0110	0000	Ακαθόριστο
5	0001	1000	0000	Ακαθόριστο



Υπολογισμός σημείων τομής

- Η τομή βρίσκεται προσδιορίζοντας:
  - τις πλευρές του παραθύρου αποκοπής και
  - τις παραμετρικές εξισώσεις της ευθείας

Υπολογισμός σημείων τομής (καθορισμός πλευρών)

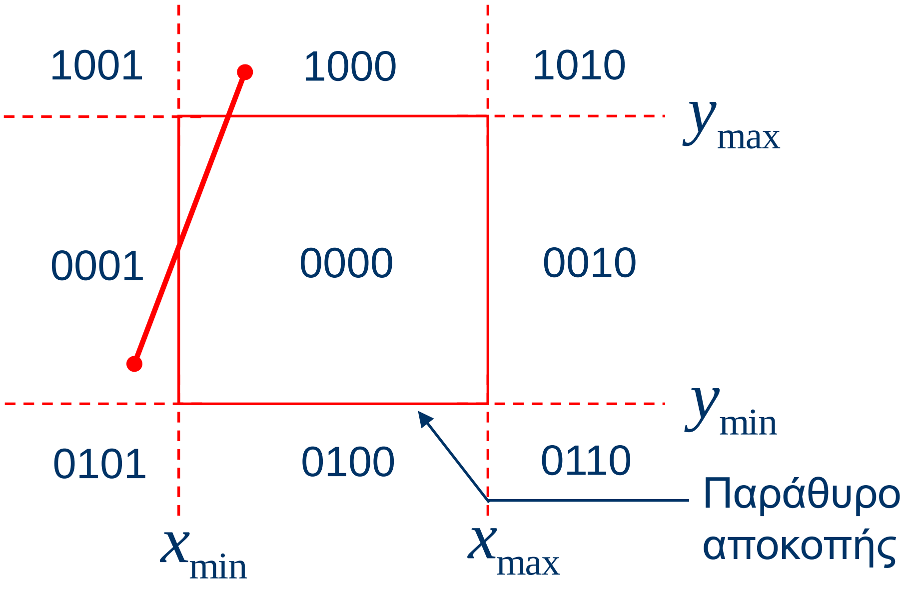
- Η κάθε πλευρά του παραθύρου αποκοπής, που τέμνει την ευθεία, βρίσκεται εξετάζοντας τον κωδικό του αντίστοιχου άκρου, όπου αν:

  – bit1 = 1 → τομή με Y = Ymax

  – bit2 = 1 → τομή με Y = Ymin

  – bit3 = 1 → τομή με X = Xmax

  – bit4 = 1 → τομή με X = Xmin



Υπολογισμός σημείων τομής (παραμετρικές εξισώσεις)

- για κάθε ευθύγραμμο τμήμα AB, όπου $A(x_1,y_1)$ και $B(x_2,y_2)$, οι **παραμετρικές εξισώσεις** είναι:

$$x = x_1+t(x_2-x_1)$$
$$y = y_1+t(y_2-y_1),$$

όπου $0 \leq t \leq 1$

Παράδειγμα ΙΙ

- Δίδονται τα όρια του ορθογωνίου παραθύρου:

  $x_{min} = 2$, $x_{max} = 8$, $y_{min} = 2$, $y_{max} = 8$

  Ελέγξτε την ορατότητα των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΒ & ΓΔ όπου Α(3, 10), Β(6, 12), Γ(4, 1) & Δ(10, 6) χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο Gohen-Sutherland και προσδιορίστε τα σημεία τομής, αν είναι απαραίτητο, απορρίπτοντας τα τμήματα των ευθειών που βρίσκονται εκτός του παραθύρου αποκοπής.

Παράδειγμα ΙΙ

- Έλεγχος ορατότητας:

ΑΒ	Συντεταγμένες	Κωδικός
Α	(3, 10)	1000
Β	(6, 12)	1000
Λογικό AND		**1000**
ΓΔ	Συντεταγμένες	Κωδικός
Γ	(4, 1)	0100
Δ	(10, 6)	0010
Λογικό AND		**0000**

μη ορατή

ακαθόριστη

Παράδειγμα II

- **Προσδιορισμός σημείων τομής:** Αποκοπή της γραμμής ΓΔ.

- **Το άκρο Γ έχει κωδικό 0100**. Επομένως

  bit 2 $\neq$ 0. Αρα η τομή της ΓΔ θα πρέπει να βρεθεί με την πλευρά (όριο) του παραθύρου αποκοπής Y = Ymin = 2. Οι παραμετρικές εξισώσεις της γραμμής ΓΔ είναι:

  X = 4+t(10-4) = 4+6t (1)

  Y = 1+t(6-1) = 1+5t (2)

Παράδειγμα ΙΙ

- Αντικαθιστώντας Υ = Ymin = 2 στην εξίσωση (2) η τιμή του t γίνεται t = 1/5 = 0,2 και
  - X = 4+1/5*(6) = 5,2

- **Άρα: σημείο τομής είναι το I1 (5.2, 2)**

Παράδειγμα ΙΙ

- **Το άκρο Δ έχει κωδικό 0010**. Πρέπει να υπολογίσουμε για bit 3 $\neq$ 0 την τομή με το όριο Χ = Xmax = 8. Αντικαθιστώντας Χ = 8 στην (1) έχουμε 8 = 4+6t δηλαδή t = 4/6 = 0.667

  Και Υ = 1+5(2/3) = (3+10)/3 = 4.33

- **Άρα: σημείο τομής είναι το I2(8, 4.33)**

Παράδειγμα ΙΙ

- Αφού τα I_1 και I_2 βρίσκονται στα όρια του παραθύρου με κωδικούς των άκρων 0000 και τα δύο, το ευθύγραμμο τμήμα **I_1I_2** είναι **ορατό** ανάμεσα στα δύο σημεία τομής.

Υποδιαίρεση μεσαίων σημείων

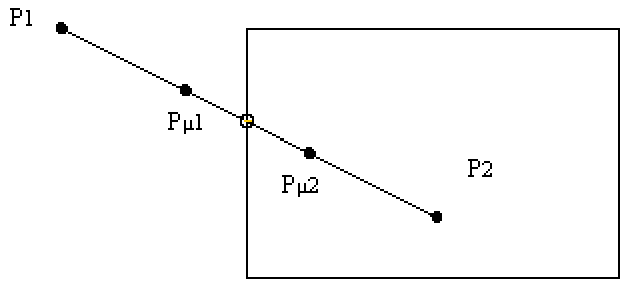
- Εναλλακτική μέθοδος για την εύρεση του σημείου τομής του ευθύγραμμου τμήματος και των ορίων του παραθύρου:
  - το ευθύγραμμο τμήμα χωρίζεται στο μέσον του
  - τα δύο τμήματα που προκύπτουν εξετάζονται για ορατότητα και πιθανή αποκοπή.
  - αν δεν είναι πλήρως ορατό ή μη ορατό, το ευθύγραμμο τμήμα διχοτομείται πάλι και η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι η τομή με το όριο του παραθύρου να βρεθεί μέσα στα καθορισμένα πλαίσια ανοχής.

Υποδιαίρεση μεσαίων σημείων

- Αν τα άκρα του ευθύγραμμου τμήματος P_1P_2 είναι $P_1(x_1, y_1)$ και $P_2(x_2,y_2)$, το μέσο $P_\mu(x_\mu,y_\mu)$ υπολογίζεται από τις παρακάτω σχέσεις

$$x_\mu = (x_1+x_2)/2$$

$$y_\mu = (y_1+y_2)/2$$



Παράδειγμα III

- Δίδεται ένα παράθυρο με συντεταγμένες χαμηλότερης αριστερής γωνίας (2, 2) και υψηλότερης δεξιάς γωνίας (8, 6). Ένα ευθύγραμμο τμήμα AB με A(4, 3) & B(10, 5) πρέπει να αποκοπεί ως προς το παράθυρο αυτό. Βρείτε τους κωδικούς των άκρων της γραμμής και το σημείο τομής με βάση την λογική AND, χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο υποδιαίρεσης μεσαίων σημείων.

Παράδειγμα ΙΙΙ

- **Έλεγχος ορατότητας:**

AB	Συντεταγμένες	Κωδικός
A	(4, 3)	0000
B	(10, 5)	0010
Λογικό AND		**0000**

Ακαθόριστο

Παράδειγμα III

- **Προσδιορισμός σημείων τομής:**
  Αποκοπή του ευθύγραμμου τμήματος AB.

	Μέσο	Νέο τμήμα
1	(7, 4)	(7, 4) – (10, 5)
2	(8.5, 4.5)	(7, 4) – (8.5, 4.5)
3	(7.75, 4.25)	(7.75, 4.25) – (8.5, 4.5)
4	(8.13, 4.38)	(7.75, 4.25) – (8.13, 4.38)
5	(7.94, 4.31)	(7.94, 4.31) – (8.13, 4.38)
6	(8.03, 4.34)	(7.94, 4.31) – (8.03, 4.34)
7	(7.99, 4.33)	

Παράδειγμα ΙΙΙ

- Εφόσον η συντεταγμένη x(7.99) στο όριο του παραθύρου, είναι περίπου ίση με 8
- η τομή μπορεί να προσεγγίσει στο (8, 4.33).

Αλγόριθμος αποκοπής Liang – Brasky (1/3)

- Βάση παραμετρικής εξίσωσης της $\overline{P_1(x_1, y_1)P_2(x_2, y_2)}$

$$\overline{P} = \overline{P_1} + t \cdot (\overline{P_2} - \overline{P_1}), \quad t \in [0, 1]$$

ή $\quad x = x_1 + t \cdot \Delta x, \quad y = y_1 + t \cdot \Delta y$

με $\Delta x = x_2 - x_1$ και $\Delta y = y_2 - y_1$

- Για σημεία εντός παραθύρου ισχύει:

$$x_{\min} \le x_1 + t \cdot \Delta x \le x_{\max}$$

$$y_{\min} \le y_1 + t \cdot \Delta y \le y_{\max}$$

ή αλλιώς

$$-t \cdot \Delta x \le x_1 - x_{\min}, \quad -t \cdot \Delta y \le y_1 - y_{\min}$$

$$t \cdot \Delta x \le x_{\max} - x_1, \quad t \cdot \Delta y \le y_{\max} - y_1$$

ή $\quad t \cdot p_i \le q_i, \quad i = 1(1)4 \quad$ με

$$p_1 = -\Delta x, \quad q_1 = x_1 - x_{\min}$$

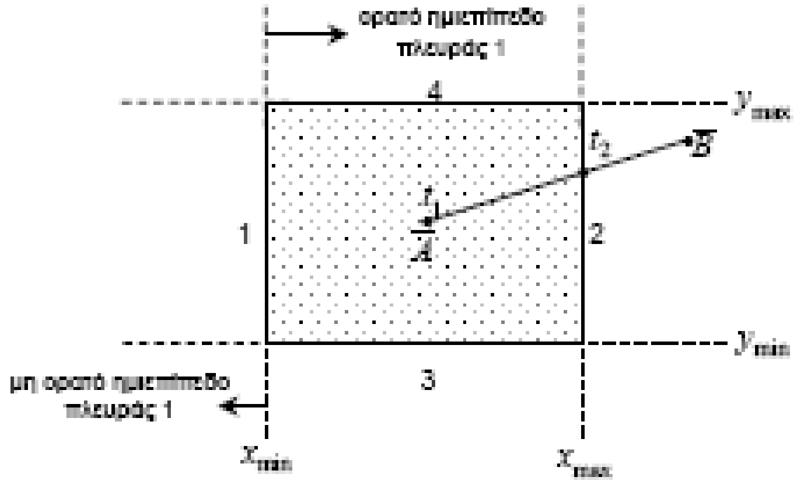
$$p_2 = \Delta x, \quad q_2 = x_{\max} - x_1$$

$$p_3 = -\Delta y, \quad q_3 = y_1 - y_{\min}$$

$$p_4 = \Delta y, \quad q_4 = y_{\max} - y_1$$

Αλγόριθμος αποκοπής Liang – Brasky (2/3)

- Αρίθμηση ακμών παραθύρου. Παράθυρο: τομή 4 ορατών ημιεπιπέδων.



- Τομή με ευθεία ακμής i: $t = \dfrac{q_i}{p_i}$, $i = 1(1)4$

  – Αν $p_i = 0$, $\overline{P_1P_2}$ παράλληλη ακμής i

  – Αν $p_i < 0$, $\overline{P_1P_2}$ "μπαίνει" στο ορατό ημιεπίπεδο ακμής i

  – Αν $p_i > 0$, $\overline{P_1P_2}$ "βγαίνει" από ορατό ημιεπίπεδο ακμής i

  – Αν $q_i \geq 0$, $\overline{P_1}$ στο ορατό ημιεπίπεδο ακμής i

  – Αν $q_i < 0$, $\overline{P_1}$ στο μη ορατό ημιεπίπεδο ακμής i

Αλγόριθμος αποκοπής Liang – Brasky (3/3)

- Υπολογισμός άκρων τμήματος $\overline{P_1 P_2}$ που βρίσκονται εντός παραθύρου.

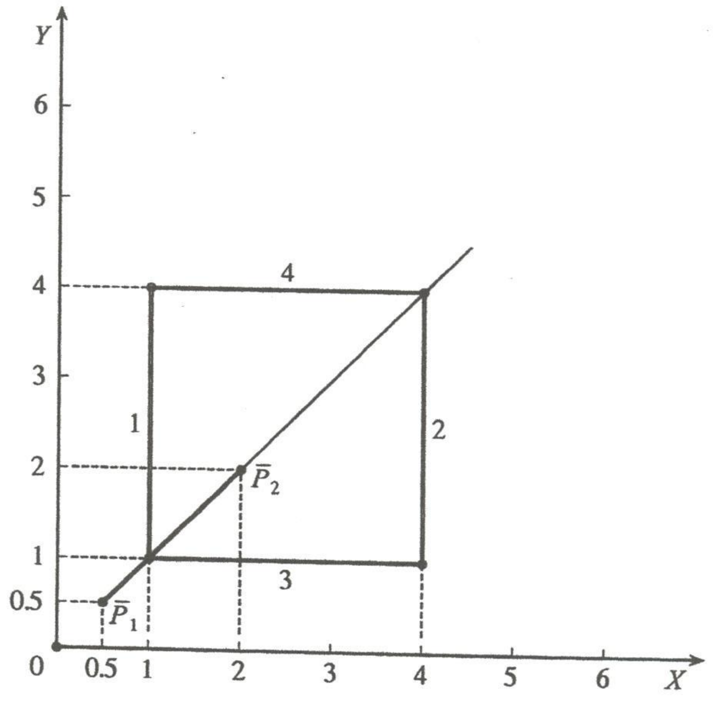
$$t_1 = \max\left(\left\{\frac{q_i}{p_i} \mid p_i < 0,\ i = 1(1)4\right\} \cup \{0\}\right)$$

$$t_2 = \min\left(\left\{\frac{q_i}{p_i} \mid p_i > 0,\ i = 1(1)4\right\} \cup \{1\}\right)$$

  - $\{0\}$και $\{1\}$ εξασφαλίζουν επιλογή άκρων $\overline{P_1}\ \overline{P_2}$ αν τομή εκτός τμήματος.
  - Αν $t_1 > t_2$ τότε $\overline{P_1 P_2}$ εκτός παραθύρου.
  - Διαφορετικά υπολογισμός αποκοπής από t_1, t_2 .

Παράδειγμα IV

Δίδεται ένα παράθυρο με συντεταγμένες χαμηλότερης αριστερής γωνίας (1, 1) και υψηλότερης δεξιάς γωνίας (4, 4). Ένα ευθύγραμμο τμήμα P_1 P_2 με $P_1(0.5,\ 0.5)$ & $P_2(2,\ 2)$ πρέπει να αποκοπεί ως προς το παράθυρο αυτό.



Παράδειγμα IV

$\Delta x = \Delta y = 1.5$

$p_1 = -1.5 \quad \Rightarrow$ Η προσανατολισμένη ευθεία $\overrightarrow{P_1 P_2}$ περνάει από το μη ορατό στο ορατό ημιεπίπεδο της πλευράς 1.

$q_1 = -0.5 \quad \Rightarrow$ Το $\overline{P}_1$ βρίσκεται στο μη ορατό ημιεπίπεδο της πλευράς 1.

$p_2 = 1.5 \quad \Rightarrow$ Η προσανατολισμένη ευθεία $\overrightarrow{P_1 P_2}$ περνάει από το ορατό στο μη ορατό ημιεπίπεδο της πλευράς 2.

$q_2 = 3.5 \quad \Rightarrow$ Το $\overline{P}_2$ βρίσκεται στο ορατό ημιεπίπεδο της πλευράς 2.

$p_3 = -1.5, \qquad p_4 = 1.5$

$q_3 = -0.5, \qquad q_4 = 3.5$

Παράδειγμα IV

$$t_1 = \max\left(\left\{\frac{q_1}{p_1}, \frac{q_3}{p_3}\right\} \cup \{0\}\right) = 0.33$$

αλλά $t_1 < t_2$ επομένως

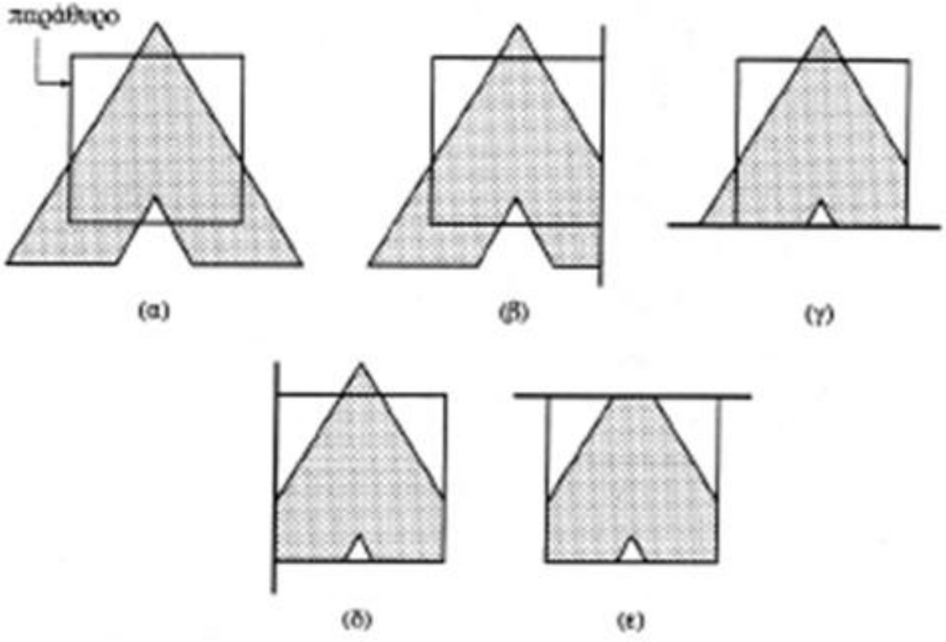
$$t_2 = \min\left(\left\{\frac{q_2}{p_2}, \frac{q_4}{p_4}\right\} \cup \{1\}\right) = 1$$

$$\left.\begin{aligned} x' &= x_1 + 0.33 \cdot \Delta x = 0.5 + 0.33 \cdot 1.5 = 1 \\ y' &= y_1 + 0.33 \cdot \Delta y = 0.5 + 0.33 \cdot 1.5 = 1 \end{aligned}\right\} \quad \overline{P}'$$

$$\left.\begin{aligned} x'' &= x_1 + 1 \cdot \Delta x = 0.5 + 1.5 = 2 \\ y'' &= y_1 + 1 \cdot \Delta y = 0.5 + 1.5 = 2. \end{aligned}\right\} \quad \overline{P}''$$

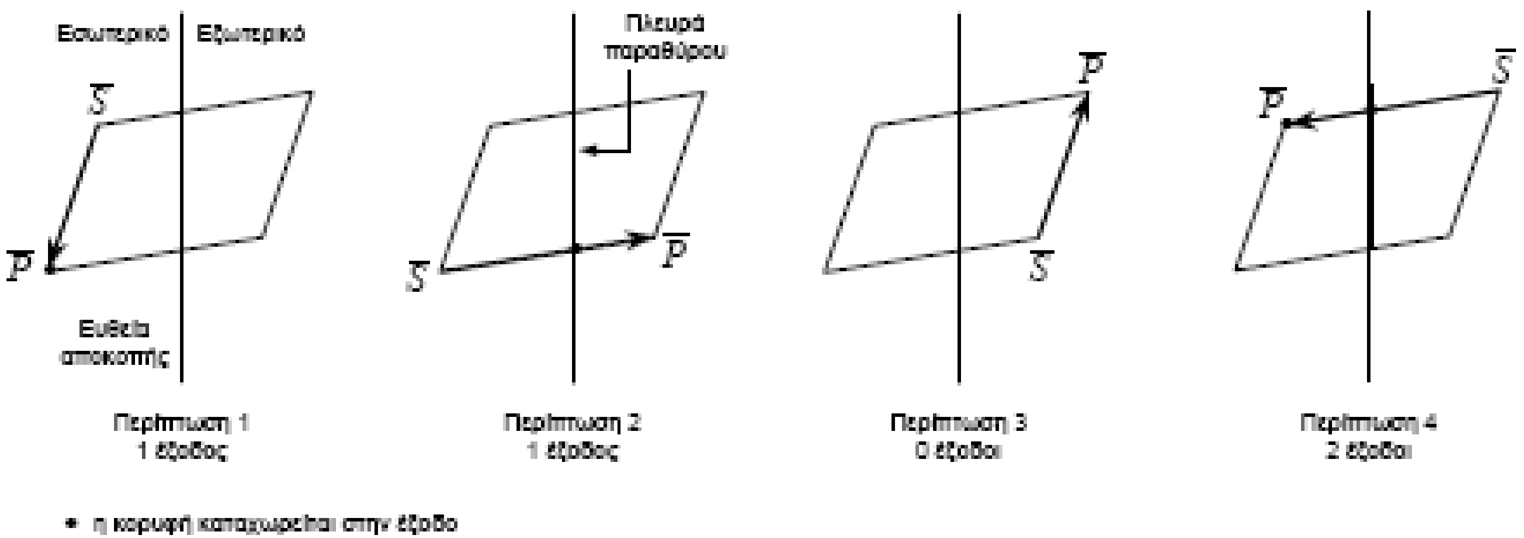
Αλγόριθμος αποκοπής πολυγώνων Sutherland – Hodgman (1/4)

- Κατάλληλος για αποκοπή τυχαίου πολυγώνου με κυρτό πολύγωνο (παράθυρο) αποκοπής.
  - m βήματα για m πλευρές παραθύρου αποκοπής.
  - Είσοδος στο βήμα i $(i = 2(1)m)$: πολύγωνο μετά από αποκοπή με πλευρά i-1.



Αλγόριθμος αποκοπής πολυγώνων Sutherland – Hodgman (2/4)

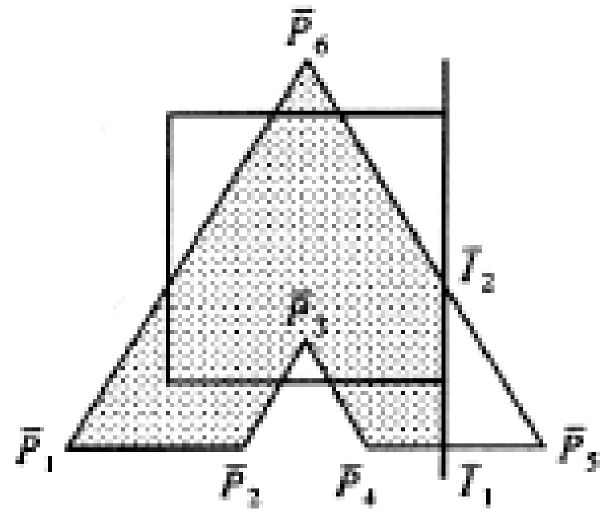
- Πολύγωνο ορίζεται από κορυφές του $\overline{P}_1, \overline{P}_2, \ldots, \overline{P}_n$ με θετική μαθηματική φορά.
  - Πλευρές $\overline{P}_1\,\overline{P}_2, \overline{P}_2\,\overline{P}_3, \ldots, \overline{P}_{n-1}\,\overline{P}_n, \overline{P}_n\,\overline{P}_1$
- Βήμα i εξετάζει τη σχέση κάθε πλευράς $\overline{S}\,\overline{P}$ με ακμή παραθύρου i.



Αλγόριθμος αποκοπής πολυγώνων Sutherland – Hodgman (3/4)

- Παράδειγμα βήματος αλγορίθμου Sutherland - Hodgman.

$\bar{S}$	$\bar{P}$	Περίπτωση	Αποτελέσματα
$\bar{P}_1$	$\bar{P}_2$	1	$\bar{P}_2$
$\bar{P}_2$	$\bar{P}_3$	1	$\bar{P}_3$
$\bar{P}_3$	$\bar{P}_4$	1	$\bar{P}_4$
$\bar{P}_4$	$\bar{P}_5$	2	$\bar{I}_1$
$\bar{P}_5$	$\bar{P}_6$	4	$\bar{I}_2\bar{P}_6$
$\bar{P}_6$	$\bar{P}_1$	1	$\bar{P}_1$



Αλγόριθμος αποκοπής πολυγώνων Sutherland – Hodgman (4/4)

- Καθορισμός σχέσης κορυφής $P(r,t)$ με πλευρά παραθύρου $K(x_1,y_1)\Lambda(x_2,y_2)$.
  - Πλευρές παραθύρου ορίζονται με αρνητική μαθηματική φορά.
  - Εξίσωση ευθείας αποκοπής $y - sx - c = 0$.

    με $s = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $c = \dfrac{y_1 x_2 - y_2 x_1}{x_2 - x_1}$
  - P εσωτερική αν $t - sr - c < 0$
  - P εξωτερική αν $t - sr - c > 0$

- Κατάλληλος για υλοποίηση παράλληλη / hardware.

Σύγκριση των μεθόδων αποκοπής ευθείας

- Το μέρος της διαδικασίας αποκοπής που χρειάζεται περισσότερο υπολογιστικό χρόνο είναι ο υπολογισμός της τομής με τα όρια του παραθύρου.

- Ο αλγόριθμος Gohen-Sutherland μειώνει αυτούς τους υπολογισμούς, απορρίπτοντας πρώτα τις γραμμές που μπορεί να είναι ασήμαντα δεκτές ή απορριπτέες.

- Υποδιαίρεση μεσαίων σημείων: ο υπολογισμός της τομής δεν γίνεται με λύση εξίσωσης αλλά με μια μέθοδο προσέγγισης του μέσου, που είναι κατάλληλη για υλοποίηση με hardware (πολύ γρήγορη και αποτελεσματική).

Βασικές λειτουργίες απεικόνισης

- **μετατροπή** των φυσικών συντεταγμένων, ενός αντικειμένου, σε συντεταγμένες της συσκευής απεικόνισης (**δημιουργία μετασχηματισμού απεικόνισης**)

- **αφαίρεση (αποκοπή)** τμημάτων του αντικειμένου, τα οποία δεν πρέπει να απεικονιστούν διότι είτε τέμνονται είτε βρίσκονται έξω από τα όρια της περιοχής παρατήρησης ή της συσκευής απεικόνισης.

Συστήματα συντεταγμένων

- **σύστημα φυσικών συντεταγμένων** (σ.φ.σ) καρτεσιανό σύστημα στο οποίο αναφέρονται οι ακριβείς συντεταγμένες ενός αντικειμένου

- **σύστημα συντεταγμένων συσκευής** (σ.σ.σ) που αντιστοιχεί στην επιμέρους συσκευή που χρησιμοποιείται και σχετίζεται με την επιφάνειά της

- **σύστημα κανονικοποιημένων συντεταγμένων συσκευής**(σ.κ.σ), με επιφάνεια απεικόνισης ένα μοναδιαίο τετράγωνο (1x1) του οποίου η κάτω αριστερή κορυφή είναι η αρχή του συστήματος

Παράθυρο (W) & περιοχή παρατήρησης (V)

- Για να καθορίζουμε **ποιά** μέρη ενός αντικειμένου θα εμφανιστούν στην πλεγματική οθόνη και **πού**, επιλέγουμε δύο ορθογώνιες περιοχές:
  - το **παράθυρο** (**W**indow): μια ορθογώνια περιοχή του χώρου των φυσικών συντεταγμένων στο **W** και
  - την **περιοχή παρατήρησης** ή **τμήμα οθόνης** (**V**iewport): μια ορθογώνια περιοχή του χώρου των κανονικοποιημένων συντεταγμένων συσκευής στο **V**

Απεικόνιση “M”

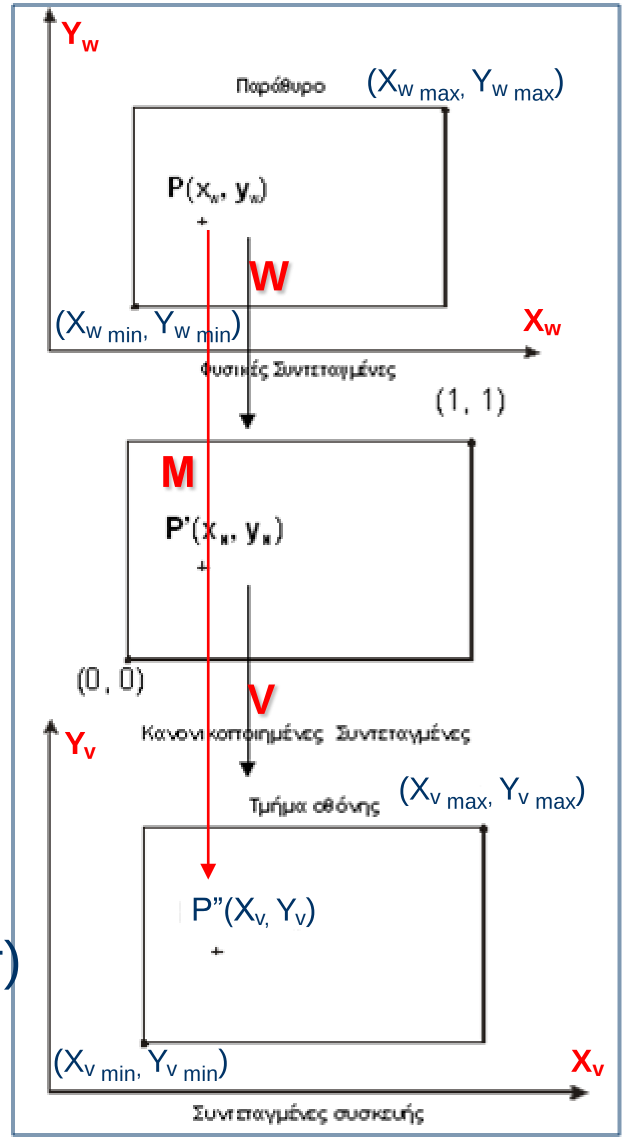
$$P \in \sigma.\phi.\sigma \,\&\, P'' \in \sigma.\sigma.\sigma \Rightarrow P'' = P * M$$

με **M = V * W**, όπου

W: σ.**φ**.σ ⟹ σ.**κ**.σ

V: σ.**κ**.σ ⟹ σ.**σ**.σ

M: σ.**φ**.σ ⟹ σ.**σ**.σ



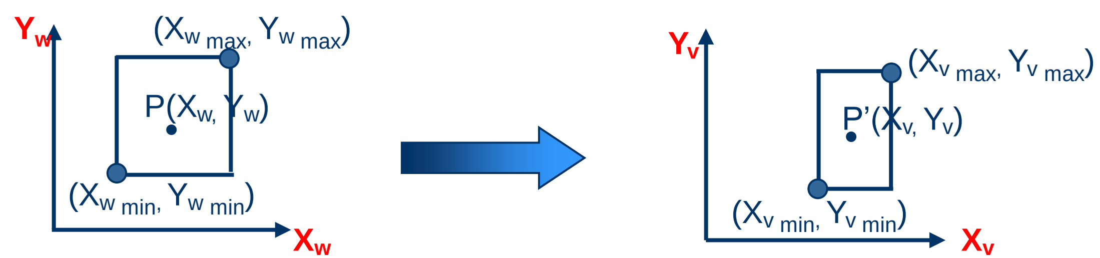
- σύστημα φυσικών συντεταγμένων (σ.φ.σ)
- σύστημα κανονικοποιημένων συντεταγμένων (σ.κ.σ)
- σύστημα συντεταγμένων συσκευής (σ.σ.σ)

Απεικόνιση σημείου: από παράθυρο (W) σε περιοχή παρατήρησης (V)

Η απεικόνιση ενός σημείου **$P(X_w, Y_w)$** στο **$P'(X_v, Y_v)$**

από το παράθυρο: {($X_{w_{min}}$, $Y_{w_{min}}$) & ($X_{w_{max}}$, $Y_{w_{max}}$)}, του σ.φ.σ, στην κανονικοποιημένη περιοχή παρατήρησης: ($X_{v_{min}}$, $Y_{v_{min}}$)& ($X_{v_{max}}$, $Y_{v_{max}}$)}, του σ.σ.σ,

δίδεται από τη σχέση **P' = P * M** , όπου



Παράθυρο στο σύστημα φυσικών συντεταγμένων

Κανονικοποιημένη περιοχή παρατήρησης στο σύστημα συντεταγμένων συσκευής

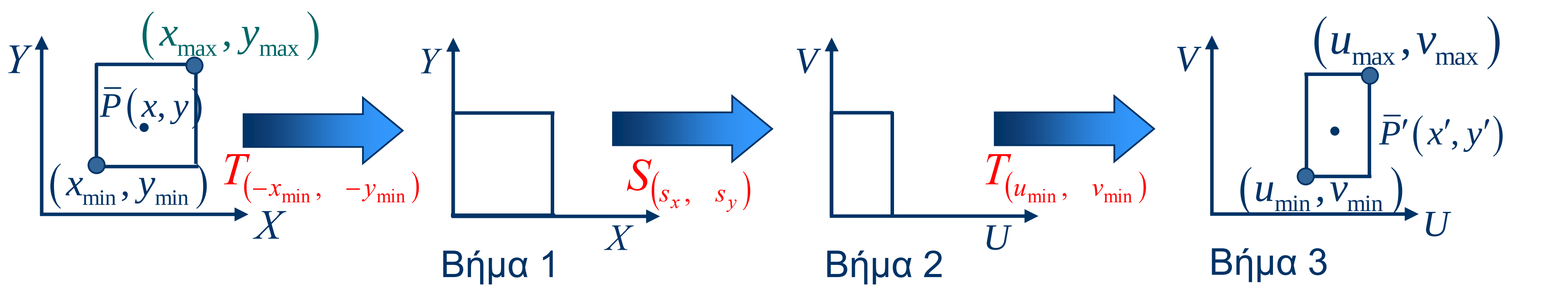
Υπολογισμός μετασχηματισμού απεικόνισης

$$T_{(-x_{\min},\ -y_{\min})}$$

$$S_{(s_x,\ s_y)} \quad \text{με} \quad s_x = \frac{u_{\max}-u_{\min}}{x_{\max}-x_{\min}} \quad \& \quad s_y = \frac{v_{\max}-v_{\min}}{y_{\max}-y_{\min}}$$

$$T_{(u_{\min},\ v_{\min})}$$

$$M = T(-x_{\min},\ -y_{\min}) * S(s_x,\ s_y) * T(u_{\min},\ v_{\min})$$



Παράθυρο
στο φυσικό σύστημα συντεταγμένων

$$M = T(-x_{\min},\ -y_{\min}) * S(s_x,\ s_y) * T(u_{\min},\ v_{\min})$$

Περιοχή παρατήρησης
στο σύστημα συντεταγμένων συσκευής

Μετασχηματισμός απεικόνισης "M"

$$M = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ (-s_x \cdot x_{w\min} + x_{v\min}) & (-s_y \cdot y_{w\min} + y_{v\min}) & 1 \end{bmatrix}$$

Απεικόνισης σημείου (υπό μορφή πίνακα)

$$\begin{bmatrix} x_v & y_v & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_w & y_w & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ (-s_x \cdot x_{w\min} + x_{v\min}) & (-s_y \cdot y_{w\min} + y_{v\min}) & 1 \end{bmatrix}$$

όπου S_x & S_y σταθερές παραμόρφωσης / αλλαγής κλίμακας

$$s_x = \frac{x_{v\max} - x_{v\min}}{x_{w\max} - x_{w\min}} \quad s_y = \frac{y_{v\max} - y_{v\min}}{y_{w\max} - y_{w\min}}$$

Γραφικά Υπολογιστών

kdemertz@fmenr.duth.gr

Γραφικά Υπολογιστών

Βιβλιογραφία

- ✓ *Σ. Καλαφατούδη, "Γραφικά με Υπολογιστή," Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, 1991.*
- ✓ *Α. Στυλιάδη, "Γραφικά με Η/Υ," Εκδόσεις Ζήτη, 1999.*
- ✓ *Θ. Θεοχάρης, Α. Μπέμ, "Γραφικά: Αρχές και Αλγόριθμοι," Εκδόσεις Συμμετρία, 1999.*
- ✓ *Γ. Παρασχάκη, Μ. Παπαδοπούλου, Π. Πατιάς, "Σχεδίαση με Η/Υ," Εκδόσεις Ζήτη, 1999.*
- ✓ *J. D. Foley, A. van Dam, S. K. Feiner, J. F. Hughes, R. L. Phillips, "Introduction to Computer Graphics, "Addison Wesley, 1994.*
- ✓ *http://asea.multimedia.uom.gr*
- ✓ *Κ. Μουστάκας Ι. Παλιόκας Α. Τσακίρης Δ. Τζοβάρας, (2015), "Γραφικά και Εικονική Πραγματικότητα", ISBN: 978-960-603-255-4, www.kallipos.gr*
- ✓ Λαζαρίνης, Φ, (2015), "Πολυμέσα", ISBN: 978-960-603-141-0, *www.kallipos.gr*
- ✓ *Γεώργιος Λέπουρας, Αγγελική Αντωνίου, Νίκος Πλαιής, Δημήτρης Χαρίχος, (2015), "Ανάπτυξη συστημάτων εικονικής πραγματικότητας", ISBN: 978-960-603-382-7, www.kallipos.gr*
- ✓ *Θεοχάρης - Αλέξανδρος Μπεμ - Α. Καραμπάση, «Γραφικά, Αρχές και αλγόριθμοι», Συμμετρία, Αθήνα 1999*

ΤΕΙ Ανατολικής Μακεδονίας και Θράκης
Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής

Γραφικά Υπολογιστών

8η Ενότητα

Προβολές

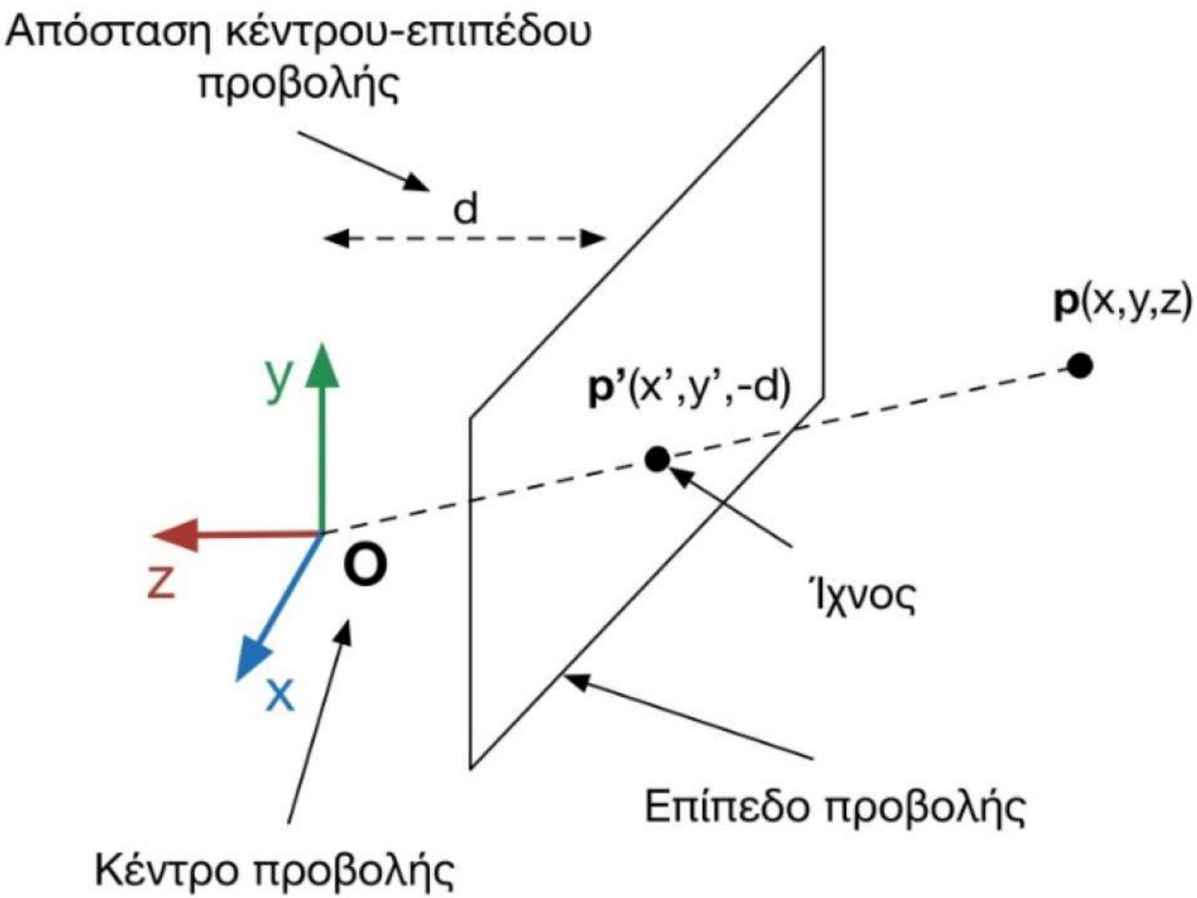
Γραφικά Υπολογιστών

Προβολές

- ✓ *Στη γραμμική άλγεβρα ως προβολή πολλές φορές περιγράφεται η μεταφορά ενός διανυσματικού χώρου σε έναν άλλο μικρότερης διάστασης.*
- ✓ *Στα γραφικά και ειδικότερα στους μετασχηματισμούς ως προβολή εννοούμε την απόδοση ενός τρισδιάστατου αντικειμένου σε ένα επίπεδο, το οποίο και ονομάζουμε επίπεδο προβολής.*
- ✓ *Η διαδικασία της προβολής ενός τρισδιάστατου αντικειμένου σε ένα δισδιάστατο επίπεδο είναι σχετικά απλή αν και αποτελεί μία μόνο ειδική περίπτωση ενός ιδιαίτερα ενδιαφέροντος κλάδου των μαθηματικών ο οποίος είναι η προβολική γεωμετρία.*
- ✓ *Για να προβάλλουμε ένα σημείο σε ένα επίπεδο χρειαζόμαστε ένα κέντρο προβολής.*
- ✓ *Η ευθεία τώρα που ενώνει κάθε σημείο του τρισδιάστατου αντικειμένου με το κέντρο προβολής τέμνει το επίπεδο προβολής σε ένα σημείο, το οποίο είναι και το ίχνος του σημείου αυτού στο επίπεδο προβολής.*

Γραφικά Υπολογιστών

Προβολές



Διαδικασία προβολής: Ένα σημείο p προβάλλεται στο επίπεδο προβολής

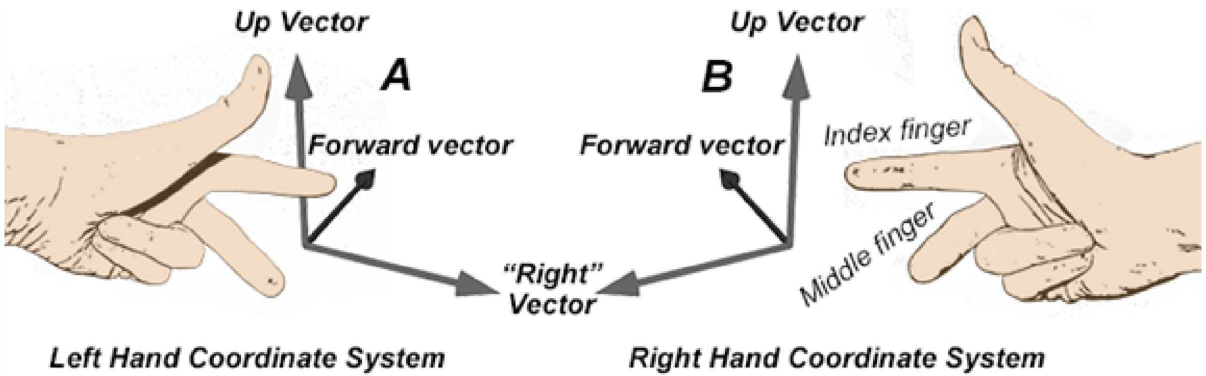
Προβολές

- ✓ *Ο εικονικός κόσμος, όπως και ο πραγματικός, είναι 3D, όμως οι συσκευές προβολής (οθόνες) που διαθέτουμε είναι διδιάστατες — ακόμα και για στερεοσκοπική όραση («3D») χρησιμοποιούνται δύο ελαφρά διαφορετικές διδιάστατες εικόνες που προβάλλονται σε κάθε μάτι ώστε να σχηματιστεί η εντύπωση του βάθους.*
- ✓ *Η μετατροπή των 3D συντεταγμένων του κόσμου στις 2D συντεταγμένες της οθόνης γίνεται και αυτή με τη βοήθεια ενός μετασχηματισμού, του μετασχηματισμού προβολής.*
- ✓ *Μία προβολή ορίζεται από δύο στοιχεία:*
    - ✓ *από το επίπεδο προβολής, πάνω στο οποίο σχηματίζεται η 2D εικόνα*
    - ✓ *από τις ευθείες προβολής, οι οποίες καθορίζουν τον τρόπο σχηματισμού της εικόνας.*
- ✓ *Οι ευθείες προβολής καθορίζουν τα δύο είδη προβολής που υπάρχουν:*
    - ✓ *την **προοπτική προβολή**, στην οποία οι ευθείες προβολής διέρχονται όλες από ένα κέντρο προβολής,*
    - ✓ *την **παράλληλη προβολή**, στην οποία οι ευθείες προβολής είναι παράλληλες μεταξύ τους έχοντας όλες συγκεκριμένη διεύθυνση.*

Γραφικά Υπολογιστών

Προβολές

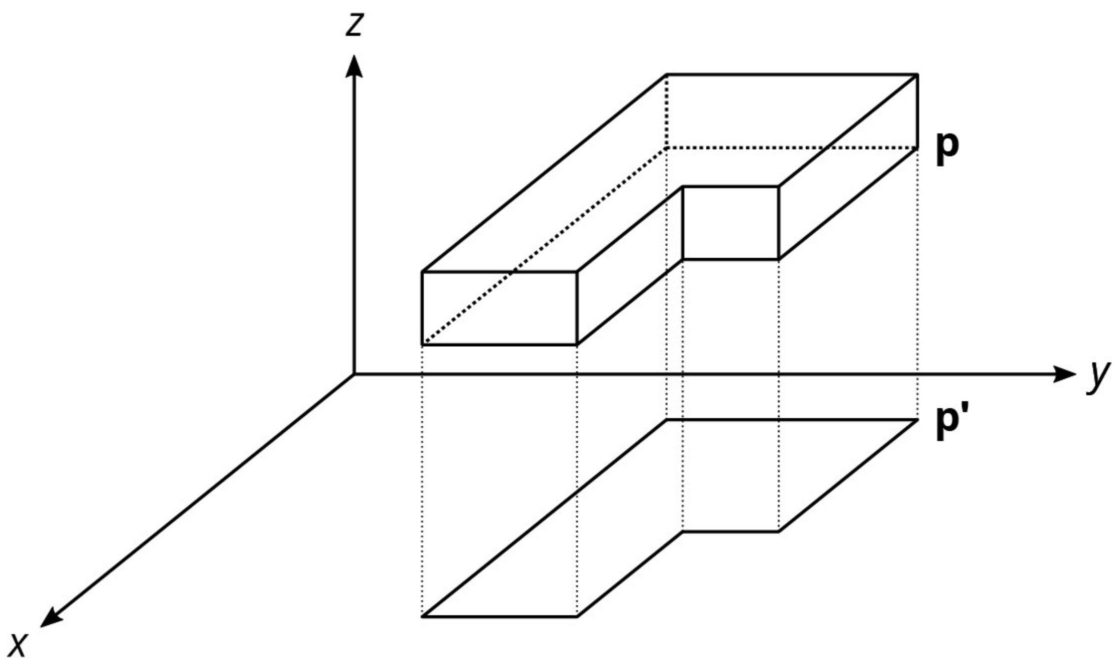
- ✓ *Ως επίπεδο προβολής χρησιμοποιείται συνήθως ένα από τα επίπεδα που σχηματίζουν οι άξονες συντεταγμένων, για παράδειγμα το επίπεδο xy (ή επίπεδα παράλληλα προς αυτά).*
- ✓ *Σε αρκετά συστήματα γραφικών και εικονικής πραγματικότητας, χρησιμοποιείται αριστερόστροφο σύστημα συντεταγμένων στην προβολή (αντί για δεξιόστροφο που χρησιμοποιείται συνήθως), έτσι ώστε η οθόνη (επίπεδο προβολής) να αντιστοιχεί στο επίπεδο xy με την αρχή των συντεταγμένων στην κάτω αριστερή γωνία και ο θετικός άξονας z να εκτείνεται προς τον εικονικό κόσμο.*



Γραφικά Υπολογιστών

Προβολές

- ✓ *Στα γραφικά ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν δύο προβολές:*
  - ✓ *η **προοπτική προβολή**, κατά την οποία η απόσταση του κέντρου προβολής από το επίπεδο προβολής είναι πεπερασμένη και*
  - ✓ ***η ορθογραφική προβολή**, η οποία αποτελεί εξιδανικευμένη περίπτωση όπου θεωρείται ότι η απόσταση αυτή είναι άπειρη.*

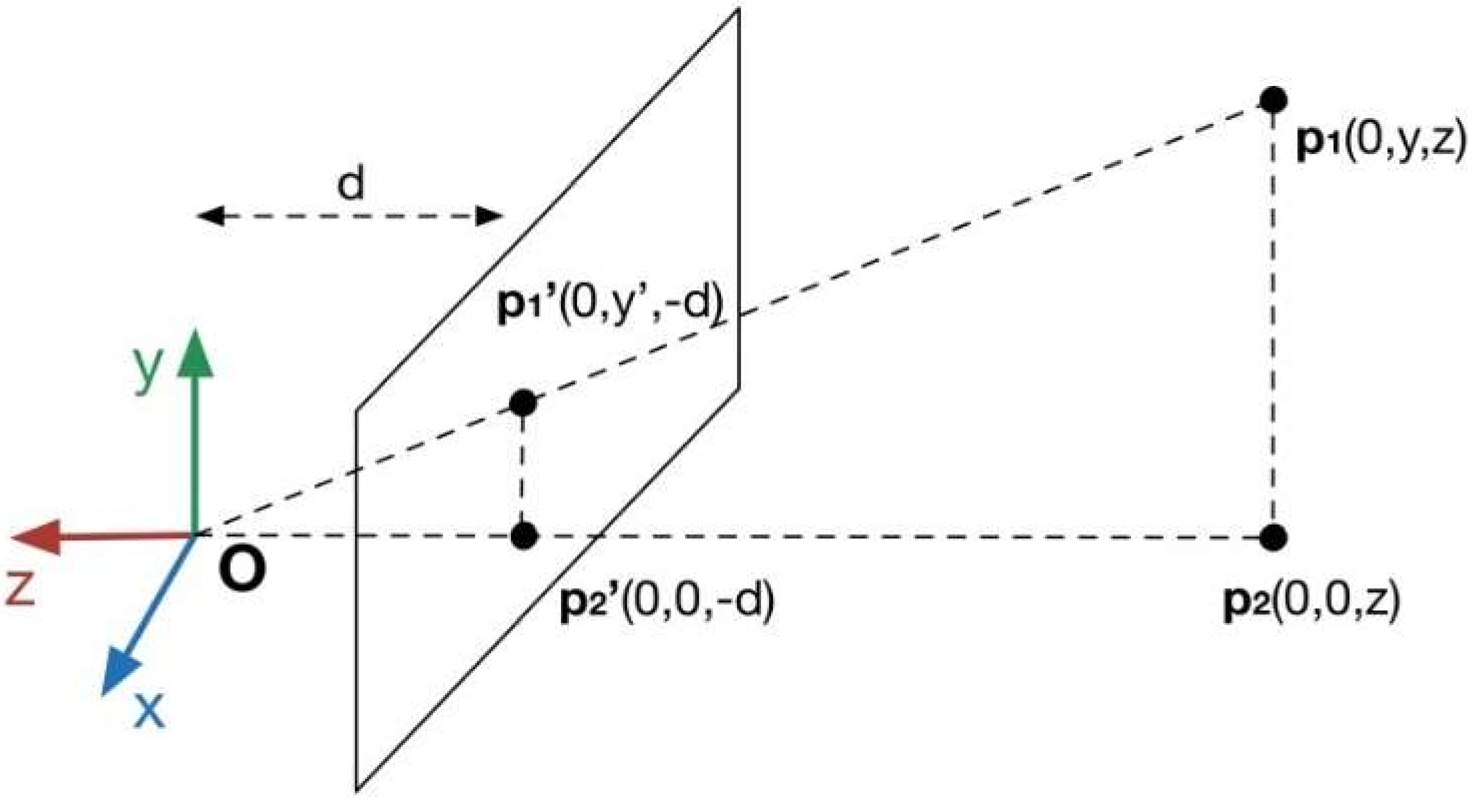


Παράδειγμα παράλληλης προβολής, με επίπεδο προβολής το επίπεδο xy και διεύθυνση προβολής κάθετη σε αυτό (δηλαδή τη διεύθυνση του άξονα z). Η παράλληλη προβολή που γίνεται με διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο προβολής καλείται ορθογραφική προβολή, ενώ διαφορετικά καλείται πλάγια παράλληλη προβολή.

Γραφικά Υπολογιστών

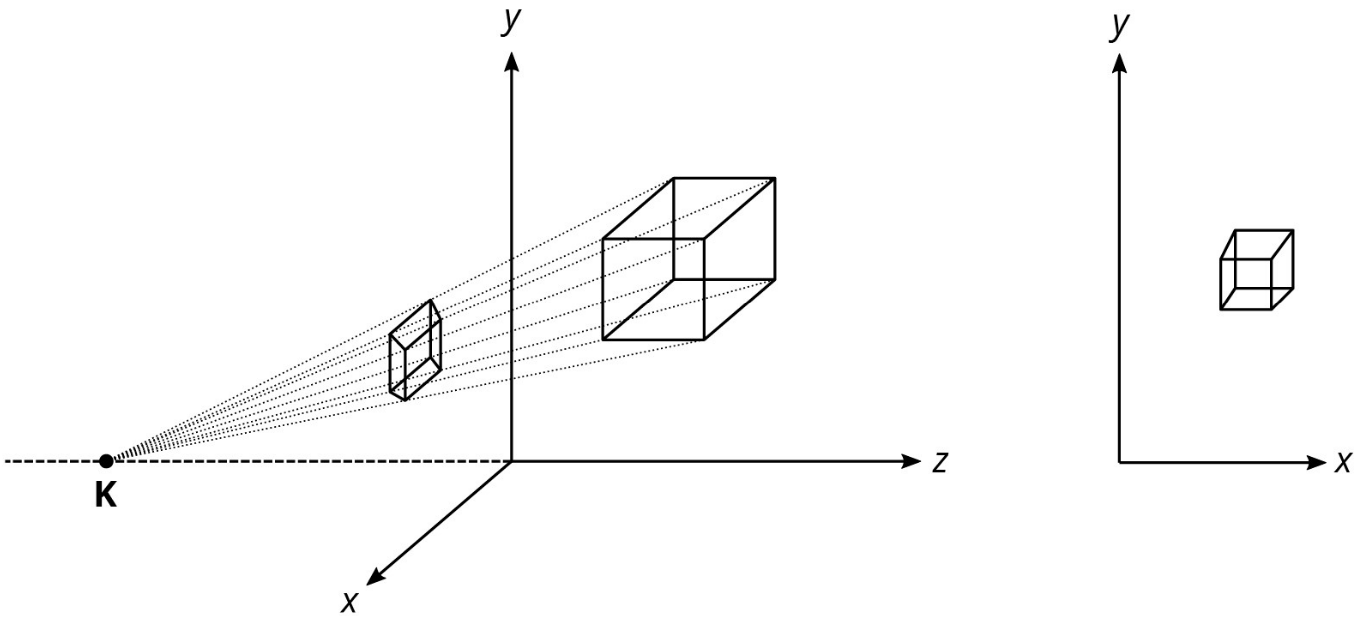
Προοπτική Προβολή

- ✓ *Η **προοπτική προβολή** έχει πολλά κοινά στοιχεία με το ανθρώπινο σύστημα όρασης. Το κέντρο της προβολής αντιστοιχεί στην ίριδα, ενώ το επίπεδο προβολής αντιστοιχεί στον αμφιβληστροειδή χιτώνα.*



Γραφικά Υπολογιστών

Προοπτική Προβολή

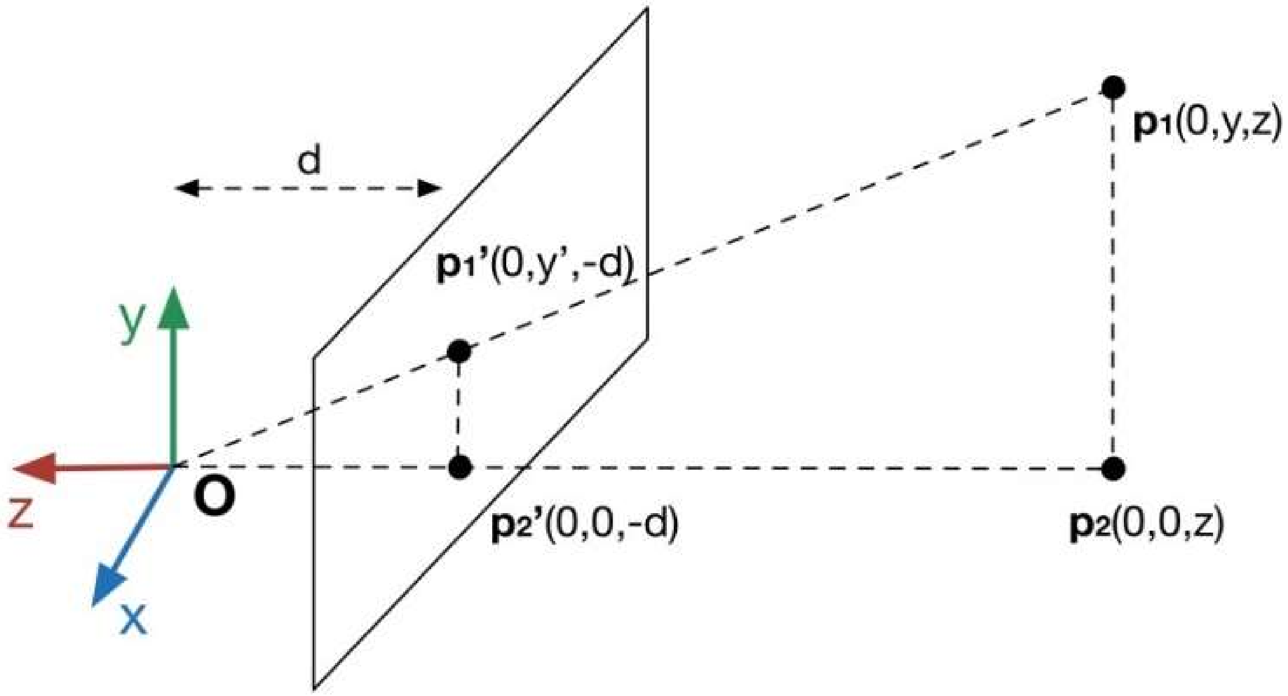


Ένα παράδειγμα προοπτικής προβολής σε αριστερόστροφο σύστημα συντεταγμένων, με επίπεδο προβολής το επίπεδο xy και κέντρο προβολής το σημείο K(0, 0, -d)
Αριστερά, η διαδικασία της προβολής και Δεξιά, η εικόνα του κύβου στο επίπεδο προβολής, δηλαδή αυτό που θα εμφανιστεί στην οθόνη.

Γραφικά Υπολογιστών

Προοπτική Προβολή

✓ *Εάν υποθέσουμε τώρα, για χάρη απλότητας, ότι η αρχή των αξόνων αντιστοιχεί στο κέντρο προβολής και ότι το επίπεδο προβολής είναι παράλληλο με το επίπεδο xy και απέχει από αυτό απόσταση d προς τον αρνητικό ημιάξονα των z, τότε με αναφορά την παρακάτω Εικόνα έχουμε το εξής παράδειγμα.*



Γραφικά Υπολογιστών

Προοπτική Προβολή

- *Έστω το σημείο **p1**, το οποίο βρίσκεται πάνω στο επίπεδο **yz** και το ίχνος του **p1’**, πάνω στο επίπεδο προβολής. Έστω και το σημείο **p2**, το οποίο βρίσκεται πάνω στον άξονα των z και το ίχνος του **p2’**, πάνω στο επίπεδο προβολής. Παρατηρούμε ότι τα τρίγωνα **Op1p2** και **Op1’p2’** είναι όμοια.*
- *Άρα ισχύουν οι εξής σχέσεις:*

$$\frac{\mathbf{p}_1'\mathbf{p}_2'}{\mathbf{O}\mathbf{p}_2'} = \frac{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}{\mathbf{O}\mathbf{p}_2} \Rightarrow \frac{y'}{d} = \frac{y}{z} \Rightarrow y' = \frac{y \cdot d}{z}$$

- *Με παρόμοια ανάλυση για σημείο **p1** πάνω στο επίπεδο **xz** μπορεί εύκολα να εξαχθεί η παρακάτω σχέση:*

$$x' = \frac{x \cdot d}{z}$$ ενώ για το z ισχύει πάντα ότι: $$z' = d = \frac{z \cdot d}{z}$$

Γραφικά Υπολογιστών

Προοπτική Προβολή

- *Πώς, όμως, μπορούμε να εκφράσουμε τις μη γραμμικές αυτές εξισώσεις της προοπτικής προβολής με τη μορφή ενός πίνακα M γραμμικού μετασχηματισμού;*
- *Για να το επιτύχουμε αυτό χρησιμοποιούμε την ομογενή συντεταγμένη. Παρατηρείστε ότι ο αριθμητής μπορεί εύκολα να περιγραφεί ως:*

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- *Η εισαγωγή, όμως, του όρου του παρονομαστή παραμένει πρόβλημα.*
- *Εδώ πρέπει να θυμηθούμε μία ιδιότητα των ομογενών συντεταγμένων, κατά την οποία για να πάρουμε τις πραγματικές ευκλείδειες συντεταγμένες ενός σημείου με ομογενή συντεταγμένη w διάφορη του 1, πρέπει να διαιρέσουμε όλες τις συντεταγμένες με το w, έτσι ώστε η ομογενής συντεταγμένη να γίνει 1.*
- *Αντί να διαιρέσουμε κάθε x, y, z συντεταγμένη, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε την ομογενή συντεταγμένη με το z.*

Προοπτική Προβολή

✓ *Έτσι, προκύπτει ο πίνακας προοπτικής προβολής:*

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Οπότε έχουμε:

$$\mathbf{p}' = \mathbf{Mp} = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d \cdot x \\ d \cdot y \\ d \cdot z \\ z \end{bmatrix}$$

✓ *Για να εξάγουμε, όμως, τις ευκλείδειες συντεταγμένες, πρέπει να διαιρεθεί το αποτέλεσμα με την ομογενή συντεταγμένη:*

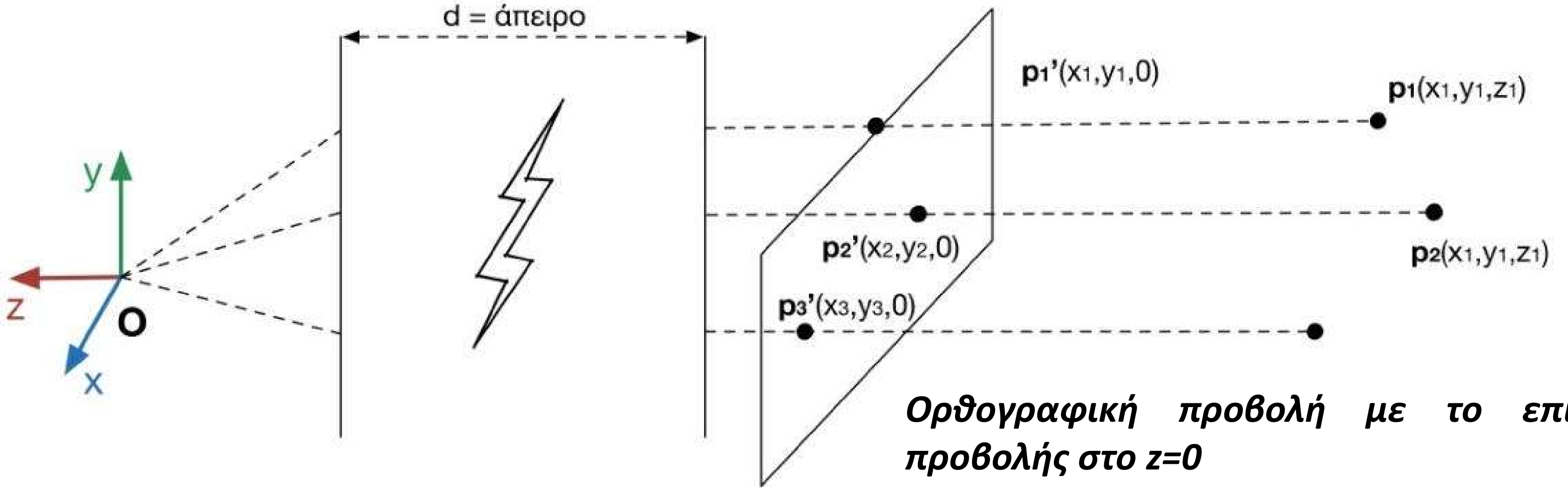
$$\mathbf{p}' = \begin{bmatrix} d \cdot x \\ d \cdot y \\ d \cdot z \\ z \end{bmatrix} / z = \begin{bmatrix} \frac{d \cdot x}{z} \\ \frac{d \cdot y}{z} \\ d \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της προοπτικής προβολής, σχετίζεται με τη σμίκρυνση των αντικειμένων τα οποία βρίσκονται μακριά από το κέντρο προβολής. Η πρακτική αυτή παρατήρηση κωδικοποιείται μαθηματικά στη διαίρεση με τη συντεταγμένη z στην δίπλα σχέση.

Γραφικά Υπολογιστών

Ορθογραφική Προβολή

- ✓ *Η ορθογραφική προβολή βασίζεται στην υπόθεση ότι η απόσταση μεταξύ του κέντρου και του επιπέδου προβολής είναι άπειρη.*
- ✓ *Πρακτικά, η ορθογραφική προβολή εφαρμόζεται όταν οι διαστάσεις ενός προβλήματος είναι αμελητέες σε σχέση με την απόσταση του επιπέδου προβολής από το κέντρο προβολής.*
- ✓ *Αυτή η υπόθεση που απεικονίζεται στην παρακάτω Εικόνα οδηγεί σε μία πολύ χρήσιμη μαθηματική απλοποίηση, η οποία είναι η εξαφάνιση της προοπτικής σμίκρυνσης και της διαίρεσης με τη συντεταγμένη του βάθους z.*



Ορθογραφική προβολή με το επίπεδο προβολής στο z=0

Ορθογραφική Προβολή

- ✓ *Οπότε, όπως είναι προφανές από την παραπάνω εικόνα, οι συντεταγμένες x και y παραμένουν αμετάβλητες, ενώ η συντεταγμένη z παύει να έχει νόημα εφόσον όποια τιμή και αν πάρει το αποτέλεσμα της προβολής δεν αλλάζει.*
- ✓ *Η ορθογραφική προβολή για z=0 μπορεί να περιγραφεί από τον παρακάτω πίνακα:*

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ✓ *Άρα και η ορθογραφική προβολή ενός σημείου περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση.*

$$\mathbf{p}' = \mathbf{Mp} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

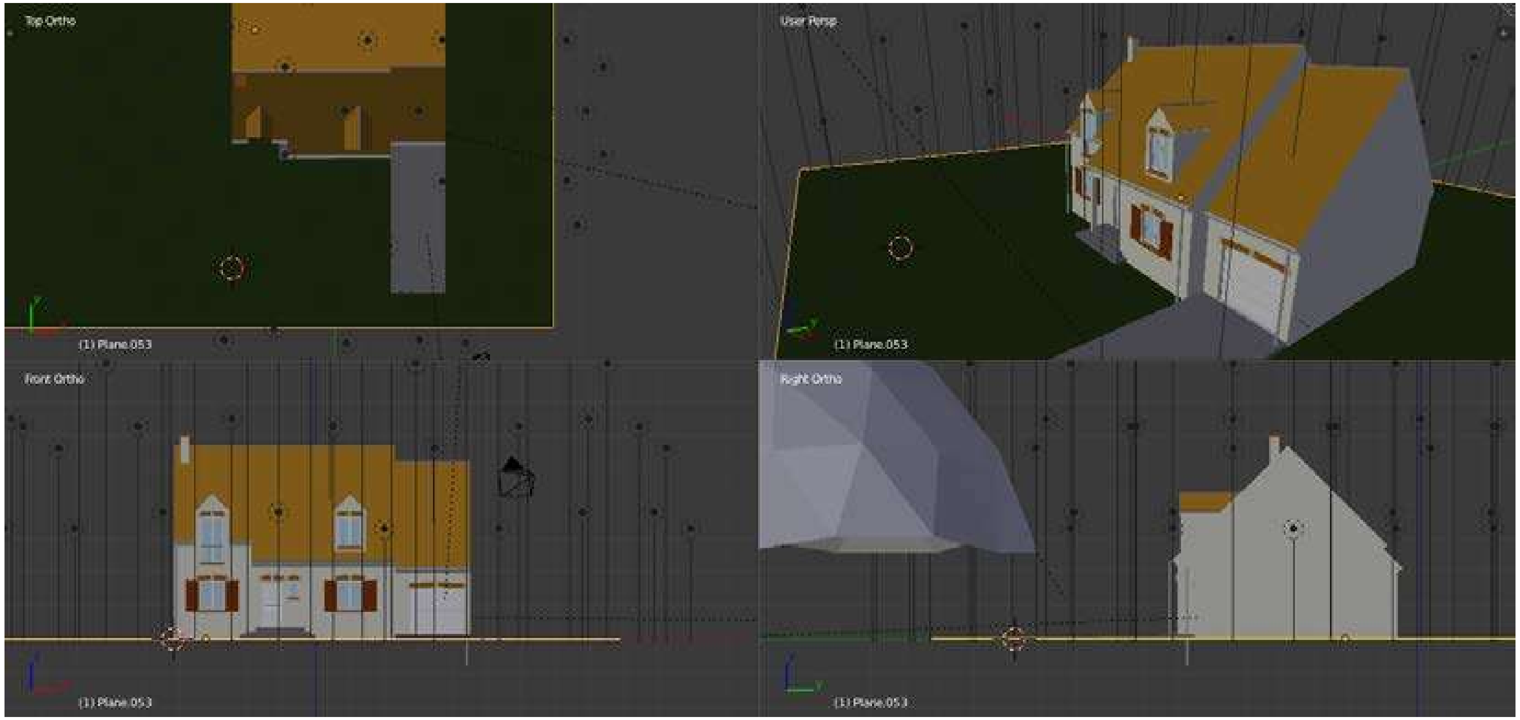
Γραφικά Υπολογιστών

Ορθογραφική Προβολή

- ✓ *Η ορθογραφική προβολή χρησιμοποιείται κατά κόρον όπου οι διαστάσεις του προβλήματος μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες σε σχέση με την απόσταση του επιπέδου προβολής από το κέντρο προβολής.*
- ✓ *Επίσης χρησιμοποιείται και σε περιπτώσεις όπου η προοπτική σμίκρυνση είναι περισσότερο ανεπιθύμητη παρά στοιχείο ρεαλισμού, όπως στην περίπτωση των προσόψεων, κατόψεων και πλάγιων όψεων συστημάτων σχεδίασης με υπολογιστή CAD (Computer Aided Design).*

Ορθογραφική Προβολή

- *Όπως φαίνεται στην Εικόνα, η τρισδιάστατη όψη συντίθεται βάσει της προοπτικής προβολής, ενώ οι άλλες τρεις πλάγιες όψεις του σχεδίου συντίθενται βάσει της ορθογραφικής προβολής.*

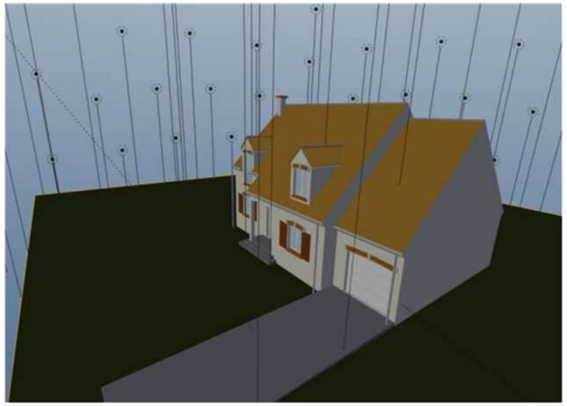


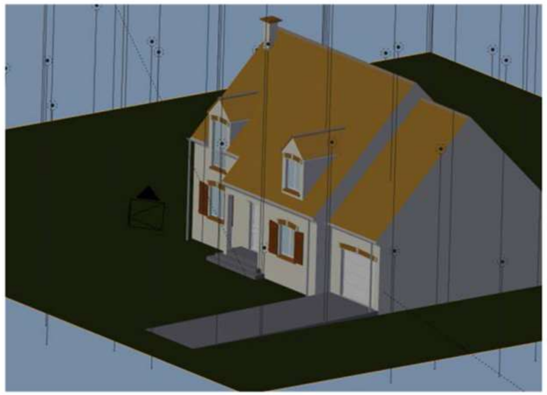
Στιγμιότυπο από το πρόγραμμα CAD γραφικών Blender. Για τη 3Δ προβολή (πάνω-δεξιά) χρησιμοποιείται, συνήθως, προοπτική προβολή, ενώ για τις πλάγιες όψεις ορθογραφική.

Γραφικά Υπολογιστών

Ορθογραφική Προβολή

- ✓ *Στην Εικόνα παρουσιάζονται δύο προβολές της ίδιας σκηνής: Μία προοπτική (πάνω-αριστερά) και μία ορθογραφική (κάτω), ενώ παρατίθεται και μία φωτορεαλιστική απόδοση (πάνω-δεξιά).*





Γραφικά Υπολογιστών

kdemertz@fmenr.duth.gr

Γραφικά Υπολογιστών

Βιβλιογραφία

- ✓ *Σ. Καλαφατούδη, "Γραφικά με Υπολογιστή," Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, 1991.*
- ✓ *Α. Στυλιάδη, "Γραφικά με Η/Υ," Εκδόσεις Ζήτη, 1999.*
- ✓ *Θ. Θεοχάρης, Α. Μπέμ, "Γραφικά: Αρχές και Αλγόριθμοι," Εκδόσεις Συμμετρία, 1999.*
- ✓ *Γ. Παρασχάκη, Μ. Παπαδοπούλου, Π. Πατιάς, "Σχεδίαση με Η/Υ," Εκδόσεις Ζήτη, 1999.*
- ✓ *J. D. Foley, A. van Dam, S. K. Feiner, J. F. Hughes, R. L. Phillips, "Introduction to Computer Graphics, "Addison Wesley, 1994.*
- ✓ *Κ. Μουστάκας Ι. Παλιόκας Α. Τσακίρης Δ. Τζοβάρας, (2015), "Γραφικά και Εικονική Πραγματικότητα", ISBN: 978-960-603-255-4, www.kallipos.gr*
- ✓ Λαζαρίνης, Φ, (2015), "Πολυμέσα", ISBN: 978-960-603-141-0, *www.kallipos.gr*
- ✓ *Γεώργιος Λέπουρας, Αγγελική Αντωνίου, Νίκος Πλαιής, Δημήτρης Χαρίχος, (2015), "Ανάπτυξη συστημάτων εικονικής πραγματικότητας", ISBN: 978-960-603-382-7, www.kallipos.gr*

ΤΕΙ Ανατολικής Μακεδονίας και Θράκης
Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής

Γραφικά Υπολογιστών

9η Ενότητα

Απόδοση 3D Σκηνών με OpenGL

Όταν δηλώνουμε τη θέση ενός σημείου χρησιμοποιώντας τις εντολές σχεδίασης *glVertex*,οι συντεταγμένες που αποδίδουμε στα σημεία, δεν αντιστοιχούν στις θέσεις των pixels στην οθόνη. Αντίθετα ορίζονται σε ένα σύστημα με απεριόριστο εύρος , στο ***σύστημα συντεταγμένων σκηνής (world coordinate system).***
Ωστόσο, όταν τα δηλούμενα σημεία προωθούνται προς απεικόνιση στην οθόνη, λόγω της πεπερασμένης αναλυτικό-τητάς της τελευταίας, για κάθε σχεδιαζόμενο σημείο, θα πρέπει να υπολογιστούν οι ακέραιες συντεταγμένες που καθορίζουν την αντίστοιχή του θέση στην επιφάνεια σχεδίασης. Υπολογίζουμε δηλαδη τις λεγόμενες ***συντεταγμένες συσκευής (device coordinate system).***

4.1. Αποκοπή στις δύο διαστάσεις

Με τον όρο αποκοπή εννοούμε τη διαδικασία κατά την οποία απομονώνουμε ένα τμήμα της σκηνικού για την αναπαράστασή του στη συσκευή εξόδου. Ουσιαστικά η απομόνωση αυτή στις δύο διαστάσεις επιτελείται ορίζοντας ως προς το σύστημα συντεταγμένων σκηνής τα όρια του παραθύρου αποκοπής ***(clipping window).*** Με τον όρο παράθυρο αποκοπής εννοούμε ένα ορθογώνιο, μέσα στο οποίο περικλείεται το τμήμα της σκηνής που θέλουμε να απομονώσουμε. Ο καθορισμός του παραθύρου αποκοπής σε δύο διαστάσεις γίνεται χρησιμοποιώντας την εντολή *gluOrtho2D* της βιβλιοθήκης GLU:

```
void gluOrtho2D(GLdouble  left, GLdouble right, GLdouble bottom, GLdouble top);
```

Οι left, right καθορίζουν τις συντεταγμένες για το αριστερό και το δεξί κατακόρυφο επίπεδο αποκοπής.
Οι bottom, top καθορίζουν τις συντεταγμένες για το κάτω και το πάνω οριζόντιο επίπεδο αποκοπής.

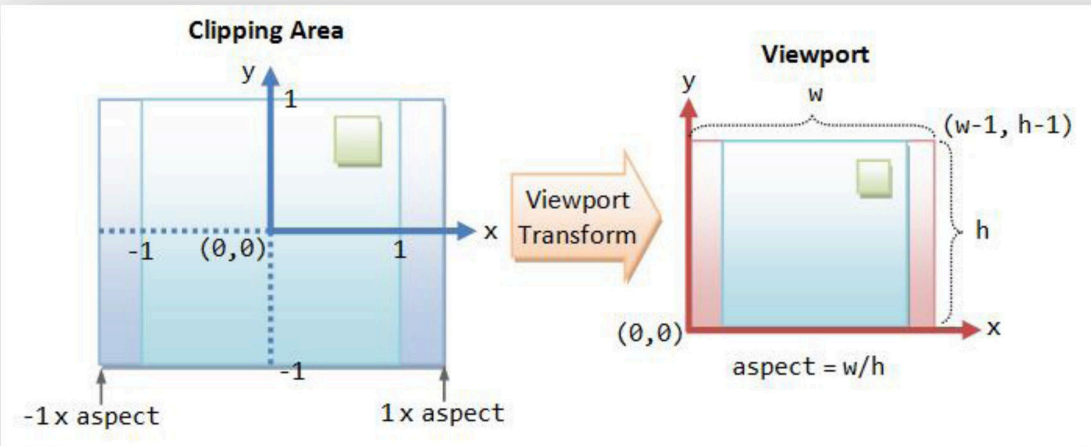
4.2. Παράθυρο παρατήρησης

Στην OpenGL, αντί να χρησιμοποιήσουμε ολόκληρη τη διαθέσιμη επιφάνεια σχεδίασης της συσκευής εξόδου για την αναπαράσταση μιας σκηνής, μπορούμε να καθορίσουμε το τμήμα της επιφάνειας σχεδίασης (τα όρια των ακεραίων συντεταγμένων συσκευής [ ] minmax , xuxu και) μέσα στο οποίο θέλουμε να σχεδιαστούν τα περιεχόμενα του παραθύρου αποκοπής Ο καθορισμός του εύρους των συντεταγμένων συσκευής που θα διατεθούν για τη σχεδιάση της αποκομμένης σκηνής γίνεται με τον καθορισμό ενός παραθύρου παρατήρησης (viewport). Ο καθορισμός των διαστάσεων ενός παραθύρου παρατήρησης γίνεται χρησιμοποιώντας την εντολή glViewport:

```
void glViewport(GLint  x, GLint  y ,GLsizei  width, GLsizei  height);
```

Οι x, y καθορίζουν την κάτω αριστερή γωνία του ορθογώνιου παραθύρου προβολής, σε εικονοστοιχεία. Η αρχική τιμή είναι (0,0)
Οι width, height καθορίζουν το πλάτος και το ύψος του παραθύρου προβολής. Όταν ένα πλαίσιο GL συνδέεται για πρώτη φορά με ένα παράθυρο,το πλάτος και το ύψος καθορίζονται με τις διαστάσεις του εν λόγω παράθυρου.

Σχήμα 3.2. Η glViewport



Η glViewport καθορίζει τη θέση του παραθύρου παρατήρησης στην επιφάνεια σχεδίασης και δηλώνεται πάντοτε μέσα στον κώδικα της συνάρτησης κλήσης που διαχειρίζεται το γεγονός reshape (που καταχωρείται στην glutReshapeFunc).
Οι συντεταγμένες που δίνουμε ως ορίσματα στην glViewPort είναι ακέραιες συντεταγμένες συσκευής.

4.3. Απεικόνιση τρισδιάστατων σκηνών

Η απεικόνιση τρισδιάστατων σκηνών καθορίζεται, στη γενικότερη περίπτωση, από την οπτική γωνία από την οποία ο θεατής παρατηρεί τη σκηνή, καθώς και από τον τύπο προβολής που επιλέγουμε για την αναπαράσταση της σκηνής. Με αλλαγή της θέσης και του προσανατολισμού της κάμερας, προκύπτει διαφορετική αναπαράσταση της σκηνής στο διδιάστατο επίπεδο της συσκευής εξόδου. Η δυνατότητα αλλαγής της οπτικής γωνίας προσφέρεται με το μετασχηματισμό οπτικής γωνίας και μας επιτρέπει την επισκόπηση της σκηνής από πολλαπλές θέσεις. Επιπλέον, υπάρχει η δυνατότητα χρήσης διαφορετικών τύπων προβολής της τρισδιάστατης σκηνής, ανάλογα με την επιθυμητή απόδοση της σκηνής.

Η ***παράλληλη προβολή*** διατηρεί τις αναλογίες των σχημάτων και είναι χρήσιμη για την αναπαράσταση σχεδίων και γενικά για εφαρμογές που η διατήρηση της κλίμακας έχει σημασία.

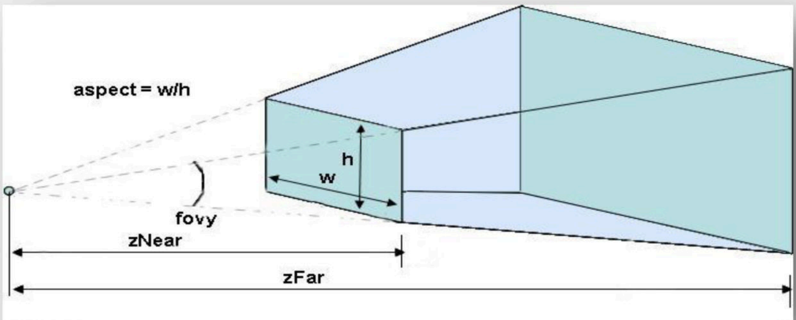
Η ***προοπτική προβολή*** αποσκοπεί στην απόδοση ρεαλιστικών σκηνών,ακολουθώντας τους κανόνες οπτικής που ακολουθούν οι κάμερες και το ανθρώπινο μάτι.

4.3.1. Προοπτική προβολή (Prespective View)

Η προοπτική απεικόνιση τρισδιάστατων σκηνών γίνεται με την χρήση της **gluPerspective** και της **glFrustrum**

```
void gluPerspective(GLdouble fovy, GLdouble aspect,GLdouble zNear,GLdouble zFar);
```

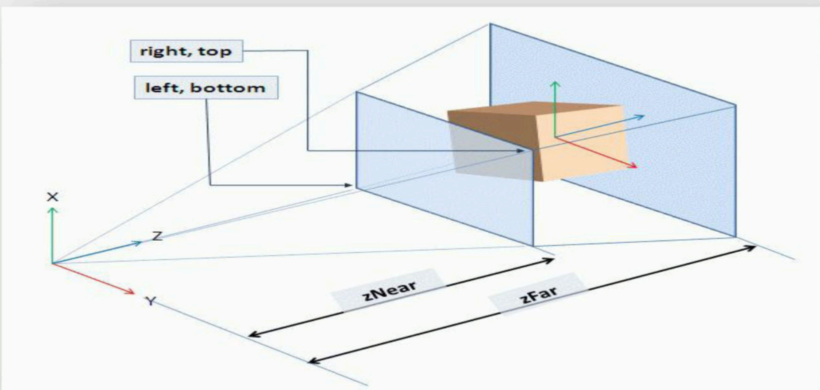
Σχήμα 3.1. Η gluPerspective (προοπτική προβολή)



Η *<u>Fovy</u>* καθορίζει το πεδίο της οπτική γωνία, σε μοίρες, στην κατεύθυνση Y.
Η *<u>Aspect</u>* καθορίζει την αναλογία διαστάσεων που καθορίζει το οπτικό πεδίο κατά τη κατεύθυνση X. Η αναλογία διαστάσεων είναι ο λόγος του X (πλάτος) προς y (ύψος).
Η *<u>zNear</u>* καθορίζει την απόσταση από το θεατή μέχρι το κοντινότερο επίπεδο αποκοπής (πάντα θετικό).
Η *<u>zFar</u>* καθορίζει την απόσταση από το θεατή μέχρι το μακρύτερο επίπεδο αποκοπής (πάντα θετικό).

```
void glFrustum(GLdouble left, GLdouble right, GLdouble bottom, GLdouble top, GLdouble
nearVal,  GLdouble  farVal);
```

Σχήμα 3.2. Η glFrustum (προοπτική προβολή)



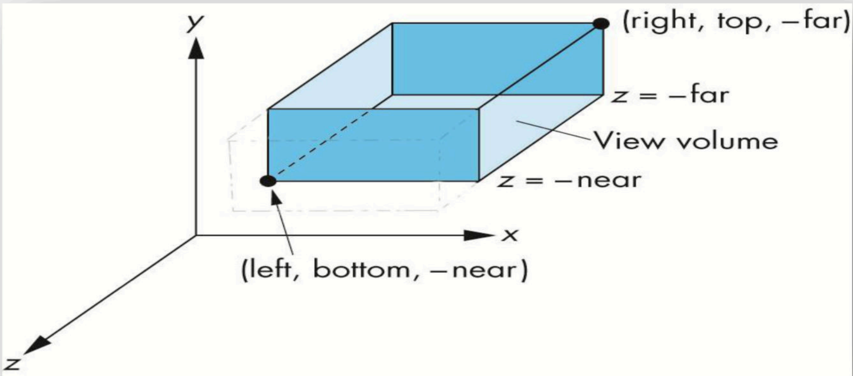
Η *<u>left, right</u>* καθορίζει τις συντεταγμένες για το αριστερό και το δεξί κατακόρυφο επίπεδο αποκοπής.
Η *<u>bottom, top</u>* καθορίζει τις συντεταγμένες για το κάτω και το πάνω οριζόντιο επίπεδο αποκοπής.
Η *<u>nearVal, farVal</u>* καθορίζει τις αποστάσεις απο την εγγύτερο στο μακρύτερο παράθυρο αποκοπής. Οι τιμές αυτές είναι αρνητικές εάν το παράθυρο είναι πίσω από το θεατή.

4.3.2. Παράλληλη προβολή (Orthographic View)

Η παράλληλη απεικόνιση τρισδιάστατων σκηνών γίνεται με την χρήση της **glOrtho**

```
void glOrtho(GLdouble  left, GLdouble  right, GLdouble  bottom, GLdouble  top,  GLdouble
nearVal,  GLdouble  farVal);
```

Σχήμα 3.3. Η glOrtho (Παράλληλη προβολή)



Η <u>*left, right*</u> καθορίζει τις συντεταγμένες για το αριστερό και το δεξί κατακόρυφο επίπεδο αποκοπής.
Η <u>*bottom, top*</u> καθορίζει τις συντεταγμένες για το κάτω και το πάνω οριζόντιο επίπεδο αποκοπής.
Η <u>*nearVal, farVal*</u> καθορίζει τις αποστάσεις απο την εγγύτερο στο μακρύτερο παράθυρο αποκοπής. Οι τιμές αυτές είναι αρνητικές εάν το παράθυρο είναι πίσω από το θεατή.

4.4. Μετασχηματισμός οπτικής γωνίας

Σε δυσδιάστατες σκηνές κατά την εξέταση των αλγορίθμων αποκοπής και μετασχηματισμού παρατήρησης, το επίπεδο παρατήρησης ταυτίζεται με το επίπεδο XY. Ωστόσο, σε τρισδιάστατες σκηνές, η ταύτιση αυτή δεν είναι υποχρεωτική. Απεναντίας, υπάρχει η δυνατότητα αλλαγής της οπτικής γωνίας από την οποία παρατηρούμε τη σκηνή. Αυτή η δυνατότητα μας επιτρέπει την επισκόπηση της σκηνής από πολλαπλές θέσεις.
Στο μετασχηματισμό οπτικής γωνίας θεωρούμε το σύστημα ***συντεταγμένων παρατηρητή***. Η θέση αυτού του συστήματος συντεταγμένων καθορίζεται από δύο παράγοντες:

- <u>Από τη θέση του παρατηρητή</u>: Η αρχή του συστήματος συντεταγμένων παρατηρητή ταυτίζεται με το σημείο παρατήρησης.

- <u>Από την κατεύθυνση παρατήρησης</u>: Η κατεύθυνση παρατήρησης ταυτίζεται με τον αρνητικό ημιάξονα z του συστήματος συντεταγμένων παρατηρητή.

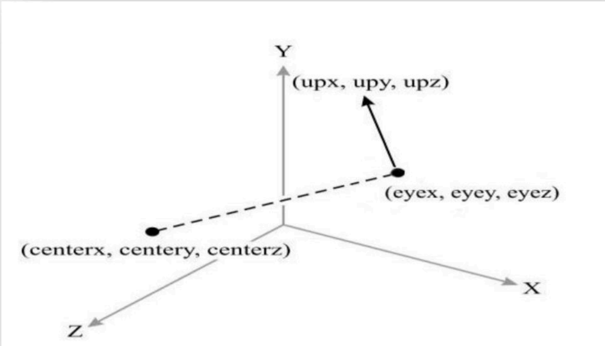
Η θέση της κάμερας στη σκηνή προσδιορίζεται με τις συντεταγμένες ενός σημείου, έστω ***(eyeX, eyeY, eyeZ).*** Ο προσανατολισμός της κάμερας προσδιορίζεται μ ε δύο διανύσματα: το ***διάνυσμα κατεύθυνσης παρατήρησης*** και το ***διάνυσμα άνω κατεύθυνσης (view-up vector).*** Το πρώτο διάνυσμα δηλώνει την κατεύθυνση προς την οποία είναι προσανατολισμένος ο παρατηρητής. Ταυτίζεται με τον αρνητικό ημιάξονα των z του συστήματος συντεταγμένων του παρατηρητή και η αρχή του βρίσκεται τη θέση του παρατηρητή. Το διάνυσμα άνω κατεύθυνσης δηλώνει την προς τα πάνω κατεύθυνση του επιπέδου προβολής.

Στην OpenGL, ο μετασχηματισμός οπτικής γωνίας εκτελείται με απλό τρόπο χρησιμοποιώντας την εντολή ***gluLookAt:***

```
void gluLookAt (GLdouble eyeX,
                GLdouble eyeY,
                GLdouble eyeZ,
                GLdouble centerX,
                GLdouble centerY,
                GLdouble centerZ,
                GLdouble upX,
                GLdouble upY,
                GLdouble upZ);
```

Οι συντεταγμένες ***eyeX, eyeY, eyeZ*** καθορίζουν τη θέση του παρατηρητή ως προς το σύστημα συντεταγμένων σκηνής. Ο προσανατολισμός της κάμερας καθορίζεται από το διάνυσμα με αρχή το σημείο ***eyeX eyeY eyeZ*** και πέρας το σημείο ***centerX, centerY, centerZ*** . Οι τιμές ***upX, upY, upZ*** καθορίζουν τον προσανατολισμό του διανύσματος άνω κατεύθυνσης.

Σχήμα 3.4. Η gluLookAt



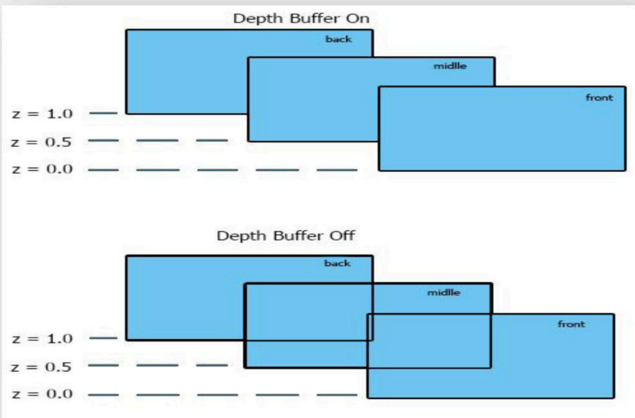
4.5. Καταστολή κρυμμένων επιφανειών (The depth Buffer)

Κατά τη σχεδίαση επιφανειών στον τρισδιάστατο χώρο, ένας προφανής κανόνας που πρέπει να τηρείται είναι το ότι, οι επιφάνειες που βρίσκονται πλησιέστερα στον παρατηρητή καλύπτουν τις επιφάνειες που βρίσκονται από πίσω τους. Ωστόσο, η OpenGL, στην προκαθορισμένη εξ' αρχής κατάσταση λειτουργίας, δε λαμβάνει υπόψη την πληροφορία βάθους, παρά μόνο εάν αυτό δηλωθεί ρητά από τον προγραμματιστή. Επομένως, εάν σχεδιαστούν δύο επιφάνειες που βρίσκονται σε διαφορετικό βάθος και οι προβολές τους επικαλύπτονται, υπάρχει η πιθανότητα, η επιφάνεια που βρίσκεται πλησιέστερα στον παρατηρητή να καλυφθεί από την επιφάνεια που βρίσκεται μακρύτερα. Αυτό εξαρτάται από τη διαδοχή μ ε την οποία δηλώνονται τα σχήματα στον κώδικα του προγράμματος. Εάν το μακρινότερο σχήμα δηλωθεί δεύτερο, η προβολή του θα επικαλύψει την προβολή του αρχικά σχεδιασμένου πλησιέστερου σχήματος, κάτι που φυσικά είναι ανεπιθύμητο. Η δήλωση των σχημάτων με τη σειρά, από το πιο απομακρυσμένο προς το πλησιέστερο, δεν αποτελεί λύση, γιατί στην περίπτωση που θα εφαρμοστούν μετασχηματισμοί οπτικής γωνίας, η ορατότητα ή μη των επιφανειών θα μεταβάλλεται.

Στην OpenGL, ο έλεγχος της ορατότητας επιφανειών γίνεται μ ε τη χρήση του ενταμιευτή βάθους (***depth buffer ή z-buffer)***. Πρόκειται για ένα μητρώο με διαστάσεις ίδιες με τις διαστάσεις της επιφάνειας σχεδίασης σε pixels. Σε κάθε στοιχείο του ενταμιευτή βάθους αποθηκεύεται η συντεταγμένη z της επιφανείας που βρίσκεται πλησιέστερα στον παρατηρητή στο αντίστοιχο pixel.

Δεδομένου ότι στο στάδιο του τρισδιάστατου μετασχηματισμού παρατήρησης οι τιμές βάθους κανονικοποιούνται στο εύρος τιμών [0,1], τα πιο μακρινά σημεία βρίσκονται επί του μακρινού επιπέδου αποκοπής στη σκηνή και μετά τον τρισδιάστατο μετασχηματισμό παρατήρησης έχουν συντεταγμένες βάθους z=1. Τα πιο κοντινά σημεία βρίσκονται στο εγγύς επίπεδο αποκοπής και έχουν τιμή . Συνεπώς, η OpenGL μπορεί να εντοπίσει την επιφάνεια που είναι ορατή σε κάθε pixel της επιφάνειας σχεδίασης, βρίσκοντας την επιφάνεια που έχει τη μικρότερη συντεταγμένη βάθους στο εκάστοτε pixel, όπως φαίνεται στο *Σχ. 3.5*

Σχήμα 3.5. Αρχή λειτουργίας του ενταμιευτή βάθους



Προκειμένου να αξιοποιηθεί ο έλεγχος τιμών βάθους των επιφανειών, θα πρέπει η δυνατότητα αυτή να ενεργοποιηθεί από τον προγραμματιστή, δίνοντας την εντολή *glEnable(GL_DEPTH_TEST);*

Επιπλέον, θα πρέπει, στη συνάρτηση display, πριν το σχεδιασμό ή επανασχεδιασμό ενός καρέ, να αρχικοποιείται ο ενταμιευτής τιμών βάθους με την εντολή glClear. *glClear(GL_DEPTH_BUFFER_BIT);*